ORSAY
Série A
N° d'ordre :
1213

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Alain de LESQUEN

MESURE DES PARAMETRES DE ROTATION DE SPIN ET ETUDE DES AMPLITUDES DANS LA DIFFUSION π - PROTON

Soutenue le 17 décembre 1973, devant la Commission d'Examen

MM. A. BERTHELOT — Président
A. MICHALOWICZ
J. TRAN THAN VAN — Examinateurs
Y. DUCROS

ORSAY
Série A
N° d'ordre :
1213

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Alain de LESQUEN

MESURE DES PARAMETRES DE ROTATION DE SPIN ET ETUDE DES AMPLITUDES DANS LA DIFFUSION π - PROTON

Soutenue le 17 décembre 1973, devant la Commission d'Examen

MM. A. BERTHELOT — Président
A. MICHALOWICZ
J. TRAN THAN VAN — Examinateurs
Y. DUCROS

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur A. BERTHELOT pour m'avoir permis de travailler dans son Département de Physique des Particules Elémentaires.

Je remercie également Monsieur J.F. DETOEUF qui a bien voulu relire ces notes malgré les charges du service qu'il dirige.

Je ne puis oublier Messieurs L. VAN ROSSUM, Y. DUCROS et J.P. MERLO qui m'ont aidé efficacement tout le long de la rédaction de cette thèse. Ils ne m'ont marchandé ni leur judicieux conseils ni leurs encouragements et ont droit à toute ma gratitude.

L'expérience que je vais décrire a été réalisée par un groupe de physiciens et de techniciens dirigés par L. VAN ROSSUM et comprenant : B. AMBLARD, P. AUTONES, J. BYSTRICKY, G. COZZIKA, J. DEREGEL, Y. DUCROS, J.M. FONTAINE, A. GAIDOT, M. HANSROUL, F. LEHAR, J.P. MERLO, S. MIYASHITA, J. MOVCHET et J.C. RAOUL. Qu'ils trouvent ici un souvenir de la profonde amitié qui nous a unis et m'autorisent à me considérer dans ce travail comme leur porte-parole.

MESURE DES PARAMETRES DE ROTATION DE SPIN ET ETUDE DES AMPLITUDES DANS LA DIFFUSION π - PROTONS

INTRODUCTION

Nos connaissances sur la diffusion pion-nucléon à haute énergie se limitaient, il y a peu, à des mesures de sections efficaces et des mesures de polarisation. Il était alors impossible de calculer les amplitudes de diffusion à partir des seules données expérimentales sans émettre d'hypothèse théorique sur leurs comportements.

Plusieurs modèles de l'interaction méson nucléon ont été proposés qui conduisent à des amplitudes pion-proton à partir de ces seules données, et à partir desquelles nous pouvons faire des prédictions sur la valeur des autres paramètres.

Bien que, au moment où nous entreprenions notre expérience, un de ces modèles [1] trouvait un paramètre R positif, tous ceux que l'on considère maintenant conduisent à R négatif. Ce sont tous [2 à 5] des modèles de pôle de Regge utilisant les règles de somme à énergie finie et toutes ces théories concluent que l'amplitude dépendant du spin tend vers zéro quand l'énergie de la réaction augmente.

C'est pour pouvoir déterminer les amplitudes pion-nucléon expérimentalement en dehors de toute théorie et pouvoir ainsi vérifier les différents modèles proposés que nous avons mesuré les paramètres de rotation de spin dans la diffusion élastique pion-nucléon. Cette expérience a eu lieu auprès du synchrotron du CERN en 1967-1969, et le traitement des données brutes enregistrées sur bandes magnétiques a eu lieu sur l'ordinateur CDC 6600 de Saclay.

Dans ce travail, nous proposons d'étudier cette expérience, puis de calculer les amplitudes de diffusion et de les comparer avec les valeurs données par différents modèles.

Nous suivrons le schéma suivant :

Après un bref rappel de la définition des paramètres de polarisation et de rotation de spin et de leur lien avec les quantités directement observables (chapitre I), nous décrirons l'appareillage utilisé pour l'expérience (chapitre II). La méthode pour déduire les paramètres de rotation de l'ensemble des données enregistrées sera exposée dans le chapitre suivant. Dans le chapitre IV nous donnerons les résultats auxquels nous parvenons et nous les discuterons du strict point de vue de notre expérience, c'est-à-dire en faisant un certain nombre de tests de cohérence interne.

Dans la deuxième partie nous utiliserons les résultats de nos mesures et l'ensemble des données expérimentales dans les réactions élastiques π-proton et la réaction d'échange de charge pour calculer les amplitudes. A 6 GeV/c l'ensemble des connaissances est suffisant pour mener à bien cette opération. Pour cela nous décomposerons les amplitudes en amplitudes d'états purs d'isospin dans la voie croisée (chapitre V). Dans le dernier chapitre nous étendrons notre analyse à d'autres énergies : nous paramétriserons les amplitudes en fonction de s et de t en faisant un développement en pôles de Regge et calculerons tous les paramètres laissés libres en utilisant toutes les données expérimentales comprises entre 5 et 20 GeV/c. Nous discuterons les résultats et les comparerons avec les amplitudes proposées par les modèles spécifiques pour essayer de dégager une interprétation physique de leurs comportements.

Chapitre I

Nous étudierons ici le cas particulier de la diffusion élastique π-nucléon, qui est, en ce qui concerne le spin et la parité des particules, une réaction du type :

$$0^- \quad \frac{1}{2}^+ \longrightarrow 0^- \quad \frac{1}{2}^+$$

Nous ne tenons pas compte des différents états d'isospins car, dans toutes les expériences étudiant cette réaction, les charges des particules sortantes sont identifiées et nous nous trouvons dans un état d'isospin parfaitement connu.

Il n'y a que deux états de spin possible. La matrice qui permettra de passer de l'état initial à l'état final est donc une matrice 2 x 2 que nous pouvons décomposer de la façon suivante :

$$T = f_1\, I + f_2\, (\vec{\sigma}\,\vec{k}_i)\,(\vec{\sigma}\,\vec{k}_f) + f_3\,(\vec{\sigma}\,\vec{k}_i) + f_4\,(\vec{\sigma}\,\vec{k}_f) \qquad (1)$$

où : I est la matrice unité,

$\vec{\sigma}$ les matrices de Pauli,

$\vec{k}_i$ et $\vec{k}_f$ les impulsions initiale et finale de l'une des particules interagissantes. Nous choisissons celles du pion,

f_1, f_2, f_3, f_4 sont 4 fonctions appelées amplitudes de diffusion dépendant de l'énergie incidente et de l'angle de diffusion, soit encore de s et de t, l'énergie totale dans le centre de masse et le quadrimoment transféré.

Il est aisé de voir que si $\vec{k}_i \neq \vec{k}_f$ (c'est-à-dire lorsqu'il y a diffusion) les 4 opérateurs ainsi définis sont linéairement indépendants.

Nous supposerons que les interactions fortes conservent la parité et si nous appliquons l'opérateur correspondant, nous avons :

$$\begin{aligned} \vec{k}_i &\longrightarrow -\vec{k}_i \\ \vec{k}_f &\longrightarrow -\vec{k}_f \\ \sigma &\longrightarrow \sigma \end{aligned} \qquad (2)$$

pour que M reste invariant, il faut : $f_3 = f_4 = 0$.

Si, d'autre part, nous appliquons l'opérateur changement de sens du temps :

$$\begin{aligned} \vec{k}_i &\longrightarrow -\vec{k}_f \\ \vec{k}_f &\longrightarrow -\vec{k}_i \\ \sigma &\longrightarrow -\sigma \end{aligned} \qquad (3)$$

l'invariance de M, dans ce cas, donne $f_3 = f_4$ et on voit que la conservation de la parité entraîne la conservation du temps qui n'impose donc pas de contrainte supplémentaire.

Il nous reste donc :

$$T = f_1 + f_2 \, (\vec{\sigma}\,\vec{k}_i)\,(\vec{\sigma}\,\vec{k}_f) \qquad (4)$$

Nous pouvons déterminer d'autres paires d'amplitudes à partir d'un choix différent des matrices de base. Il est commode de toujours prendre la matrice unité et seul le deuxième axe de quantification est arbitraire. Nous pouvons prendre, par exemple, les amplitudes de Pauli (f et g), les amplitudes d'hélicité dans la voie directe (f_{++} et f_{+-}) ou dans la voie croisée (g_{++} et g_{+-}). Toutes ces amplitudes dépendent (à un facteur près) les unes des autres par une simple rotation [6]. A partir de ces amplitudes nous pouvons calculer tous les différents observables (voir en annexe A les relations liant les différents types d'amplitudes et l'expression des différents observables).

Quelque soit le type d'amplitude choisi, il y a toujours 2 paramètres complexes à déterminer. Nous pouvons faire la liste des mesures accessibles à l'expérience et nous donnerons ici leurs expressions en fonction des amplitudes de Pauli, f et g, qui sont définies de la façon suivante :

$$T = f(s,t) + ig(s,t)\vec{\sigma}\vec{n} \qquad (5)$$

$$\text{avec } n = \frac{\vec{k}_i \times \vec{k}_f}{\left|\vec{k}_i \times \vec{k}_f\right|}$$

où $\vec{k}_i$ et $\vec{k}_f$ sont les impulsions, dans le centre de masse, du π incident et du π diffusé.

Ces observations sont :

- La section efficace totale. Celle-ci est reliée par le théorème optique à la valeur des amplitudes vers l'avant. Puisque $g(s,t=0) = 0$ par conservation de la parité, nous avons d'après le théorème optique :

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{2k\sqrt{s}} \operatorname{Im} f(s,t=0) \qquad (6)$$

($\sqrt{s}$ = énergie totale et k = impulsion dans le centre de masse).

- L'interférence avec la diffraction coulombienne. Pratiquement cette mesure n'est possible que pour un petit quadrimoment transféré (t de l'ordre de $-0{,}01\,(\text{GeV}/c)^2$, c'est-à-dire dans le domaine très restreint où les amplitudes de diffraction nucléaire et coulombienne sont du même ordre de grandeur.

Seules ces deux mesures permettent d'atteindre la phase absolue des amplitudes de diffusion. Elle n'est donc définie que vers l'avant et vaut environ 100° (f est presque imaginaire pur). Toutes les autres mesures sont indépendantes de cette phase et nous avons donc seulement trois paramètres à calculer : le module des amplitudes et leur phase relative.

- La section efficace différentielle. Elle représente la somme des modules des amplitudes, soit :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f|^2 + |g|^2 = \operatorname{tr}(T\,T^+) \qquad (7)$$

- La polarisation. La mesure de la polarisation normale obtenue par diffusion sur une cible non polarisée, ou la mesure de l'asymétrie résultat de la diffusion sur une cible polarisée, permettent de calculer la même expression :

$$P_o \frac{d\sigma}{d\Omega} = + 2 \, \mathrm{Im} \, fg^* = \mathrm{tr}(T \, \rho_i \, T^+) \qquad (8)$$

ρ_i, la matrice densité, vaut dans notre cas :

$$\rho_i = 1 + \vec{\sigma} \vec{P}_i$$

où P_i est la polarisation de la cible et σ les matrices de Pauli,

P_o est l'un des termes d'interférence entre les deux amplitudes (ceci restant vrai quel que soit le jeu des amplitudes choisies).*

- La mesure des paramètres de rotation de spin. Toutes les mesures précédentes ne permettent pas à elles seules de déterminer complètement la matrice de diffusion. Il faut ajouter une mesure qui détermine la polarisation finale en fonction d'une polarisation initiale non nulle. L'expression générale de la polarisation finale est donnée par :

$$\langle \vec{\sigma} \rangle_f = \mathrm{tr} \left[\vec{\sigma}_i \, (T \, \rho_i \, T^+) \right] \; / \; \mathrm{tr} \, (TT^+) \qquad (9)$$

Pour simplifier les calculs, WOLFENSTEIN [7] a introduit (pour la diffusion élastique proton-carbone, ce qui correspond effectivement à notre cas $\frac{1}{2}^- \; 0^+$) deux paramètres A et R, liés à l'analyse de la polarisation dans le laboratoire. Nous définissons deux trièdres orthonormés $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ et $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$. Nous rapportons la polarisation de la cible au premier ; il est défini tel que $\vec{y}$ soit parallèle à $\vec{k}_i$, $\vec{z}$ parallèle à $\vec{n}$ et $\vec{x} = \vec{y} \, \vec{x} \, \vec{z}$. Au second trièdre défini par $\vec{v}$ parallèle à l'impulsion du proton, par $\vec{w} = \vec{z}$ et par $\vec{u} = \vec{v} \, \vec{x} \, \vec{w}$, nous rapportons la polarisation finale. Dans ces conditions nous avons (voir figure 1A) :

---

* Le signe de P_o est défini par rapport à l'orientation de la normale. Celle que nous avons choisie, et qui est la plus usuelle dans la diffusion πP, est cependant en contradiction avec la convention de Bâle qui demande de prendre pour k_i l'impulsion de la particule incidente (le π) et pour k_f l'impulsion de la particule analysée, c'est-à-dire le proton de recul. Cela entraîne un changement de signe pour P_o Voir : Nucl. Phys., 21, 696 (1960).

$$P_u = \frac{R\,P_x - A\,P_y}{1 + P_o\,P_z}$$

$$P_v = \frac{R\,P_y + A\,P_x}{1 + P_o\,P_z} \qquad (10)$$

$$P_w = \frac{P_o + P_z}{1 + P_o\,P_z}$$

avec :

$$P\,(|f|^2 + |g|^2) = 2\,\mathrm{Im}\,(fg^*)$$

$$R\,(|f|^2 + |g|^2) = (|f|^2 - |g|^2)\cos(\omega) + 2\,\mathrm{Re}\,fg^*\sin(\omega) \qquad (11)$$

$$A\,(|f|^2 + |g|^2) = (|f|^2 - |g|^2)\sin(\omega) - 2\,\mathrm{Re}\,fg^*\cos(\omega)$$

où $\omega = \theta_p - \theta'_p$ est la différence entre les angles de recul du proton dans le système de laboratoire et le système du centre de masse. Voir en annexe B le calcul de ces relations.

Ces trois paramètres ne sont pas indépendants mais vérifient la relation :

$$P_o^2 + A^2 + R^2 = 1 \qquad (12)$$

La composante longitudinale P_v est difficilement accessible à l'expérience qui ne sait mesurer simplement, sans introduire de précession de spin, que les polarisations transversales. Aussi nous intéresserons-nous en premier lieu à la seule composante P_u.

Nous voyons que pour mesurer R et A il nous faut une cible polarisée dont les composantes dans le plan de réaction ne soient pas toutes nulles. Si nous nous plaçons dans le cas particulier où la polarisation de la cible est parallèle à la direction du faisceau ($P_x = P_z = 0$) $P_u = A|P_i|$ nous donne directement la mesure de A. Si, au contraire, nous polarisons la cible dans une direction normale à celle du faisceau (mais comprise dans le plan de réaction) ($P_y = P_z = 0$) et $P_u = R|P_i|$. Nous appelerons ces deux configurations particulières respectivement "mesure de A" et "mesure de R" (voir figure 1B). Ce sont ces expériences que nous avons réalisées et que nous étudions ici.

Chapitre II

Exposé expérimental.

Le principe de la mesure des paramètres de rotation de spin est le suivant : des mésons π diffusent élastiquement sur une cible de protons polarisés. Puis nous faisons rediffuser le proton de recul issu de la première réaction sur des noyaux de carbone. La distribution azimutale de cette deuxième réaction n'est pas isotrope mais dépend de façon connue de la polarisation des protons. Nous pouvons donc, en analysant cette anisotropie, en déduire la polarisation, ce qui nous donne les valeurs des paramètres de rotation. Les noyaux de carbone sont en fait des plaques de carbone placées en alternance avec des chambres à étincelles, le tout formant un polarimètre (figure 2).

Nous disposions donc pour réaliser notre expérience [8] :

1), d'un faisceau de particules,
2), d'une cible polarisée,
3), d'un polarimètre à chambres à étincelles,
4), d'un ensemble d'hodoscopes de compteurs à scintillation,
5), d'une électronique rapide,
6), d'un calculateur en ligne.

Mesures effectuées.

Notre mesure a été effectuée auprès de l'accélérateur P.S. du CERN et dans le domaine de transfert $0{,}18 < -t < 0{,}53$ $(\mathrm{GeV}/c)^2$. Ce domaine donne des protons dont l'énergie est comprise entre 80 et 300 MeV, dont il est aisé de mesurer la polarisation par rediffusion sur le carbone.

Nous avons fait les six mesures suivantes :

mesure de A dans π^- p à 6 GeV/c
mesure de R dans π^- p à 6 GeV/c
mesure de R dans π^+ p à 6 GeV/c
mesure de R dans π^+ p à 16 GeV/c
mesure de R dans pp à 6 GeV/c
mesure de R dans pp à 16 GeV/c.

Nous avons choisi 6 GeV/c, d'une part pour être au-delà du domaine des résonances, et d'autre part en raison des nombreuses données expérimentales dont nous disposons sur la section efficace et la polarisation à cette énergie. 16 GeV/c correspond à la plus haute impulsion incidente à laquelle existent au CERN des faisceaux d'intensité suffisante ; et, par ailleurs, il est intéressant de connaître ces paramètres à haute énergie pour pouvoir comparer leurs valeurs et leurs variations en fonction de l'énergie aux différentes prédictions théoriques qui existent dans ce domaine. D'autre part, nous avons surtout mesuré le paramètre R. En effet, la conservation du moment angulaire exige que l'amplitude g de changement de spin s'annule vers l'avant et l'absence de structure dans la distribution angulaire de la section efficace élastique suggère fortement qu'elle reste faible dans le domaine de transfert étudié. Il est donc plus intéressant de mesurer R qui donne approximativement le deuxième terme d'interférence (P_o donnant le premier), puisque dans notre domaine de transfert $\omega = \theta_p - \theta'_p$ est voisin de 90°.

Le faisceau.

Pour la mesure de A le faisceau de méson π était produit sur une cible interne (Hall Sud) ; mais pour les mesures de R il était obtenu à partir du faisceau éjecté qui interagissait sur une cible externe (Hall Est). L'intensité, qui différait suivant le signe des particules et leur énergie, a toujours été supérieure à 10^5 particules par seconde. Le déversement était de l'ordre de 300 msec et la dispersion en impulsion $\frac{\Delta P}{P}$ voisine de 2%.

Dans le cas du faisceau négatif, la contamination en K était de l'ordre de 1% et celle d'antiprotons était négligeable. Par contre, en faisceau positif, nous avions un mélange de pions et de protons. Ce mélange était de 1 π pour 2 protons environ à 6 GeV/c et l'étude des

réactions π - p et pp était faite simultanément. Trois Cerenkov à gaz, placés l'un sur le faisceau incident et les deux autres sur le faisceau diffusé, permettaient de discriminer les deux types de particules. Les mésons π devaient déclencher les trois compteurs, et les protons aucun. Les cas intermédiaires (1 ou 2 compteurs "touchés") ont été ultérieurement éliminés. A 16 GeV/c, la proportion de π n'était que le 1/20ème du nombre de protons ; à cause de la limitation sur le flux de particules total acceptable par notre appareillage nous n'avons pas pu étudier la réaction π^+ - p à cette énergie.

La cible polarisée.

La cible que nous avons utilisée était composée de deux monocristaux de nitrate double de lanthane et de magnésium (LMN) hydraté avec environ 1% de néodyme comme dopant. Ses dimensions étaient : 7 x 14 x 66 mm^3. Elle était maintenue à une température de 1°K environ, et placée dans un champ magnétique homogène de 1,8 Tesla. Seuls les protons libres étaient polarisés, soit 3% du poids seulement. La polarisation était obtenue par la méthode de l'effet solide. Celle-ci consiste à transférer aux protons libres la polarisation (85%) obtenue pour les ions paramagnétiques du dopant à l'aide du champ magnétique. Ce transfert se fait en provoquant des transitions qui modifient à la fois le spin de l'ion paramagnétique et celui d'un proton voisin [9 à 11]. Un carcinotron fournissait la fréquence de 70 GHz nécessaire avec une énergie suffisante (un watt environ) pour provoquer ces transitions. La polarisation finale obtenue était de l'ordre de 60% ; elle était mesurée avec un acuimètre calibré par la mesure de la polarisation naturelle, obtenue à l'équilibre thermique à 1°K et dans le champ de 1,8 Tesla (soit 0,19%).

Comme la direction de la polarisation était contenue dans le plan de réaction, nous avons dû utiliser des bobines supraconductrices. En effet, seules celles-ci peuvent avoir la forte densité de courant nécessaire pour créer le champ magnétique désiré sans pièces polaires ou d'autres obstructions qui auraient intercepté l'une ou l'autre des particules sortantes. Il s'agissait, en fait, de deux bobines de 40 cm de diamètre intérieur, en alliage de niobium-zirconium, et placées en position de Helmoltz pour avoir le champ le plus homogène possible dans tout le domaine de la cible. Elles baignaient dans l'hélium liquide à

la pression atmosphérique, c'est-à-dire à 4,5°K. Les voies de sortie étaient dégagées au maximum le long de l'axe avec ± 45° d'ouverture et dans le plan perpendiculaire avec ± 7.5° (voir les références [12] et [13] pour une étude plus détaillée de cette partie de l'appareillage).

Le polarimètre.

Le polarimètre était composé d'un empilement de 64 chambres à étincelles à fils et à tores de ferrites. Il y avait 800 fils par chambre au pas de 1 mm imprimés sur une feuille de verre époxy et à une distance de 8 mm d'un grillage très fin auquel étaient appliquées les impulsions de haute tension. 32 chambres avaient des fils horizontaux et déterminaient donc la position verticale du proton ; les 32 autres donnaient l'autre coordonnée. Elles étaient placées en alternance, une paire de chambres (une X et une Y) composait un module et pouvait enserrer une plaque de carbone de densité moyenne 1,73.

Les 5 premiers ne comportaient que les chambres à étincelles

Les 8 suivants contenaient une plaque de carbone de 5 mm d'épaisseur,

Les 16 suivants contenaient une plaque de carbone de 10 mm d'épaisseur,

Les 3 derniers contenaient une plaque de cuivre de 5 mm d'épaisseur.

Dans les chambres circule un mélange gazeux contenant 30% d'hélium et 70 de néon (Néogal). Les impulsions de haute tension étaient fournies par la décharge d'un condensateur à travers un thyratron lui-même commandé par un générateur de Marx. Le temps de commutation de l'ensemble est voisin de 200 ns. Comme le temps de mémoire de la chambre est de l'ordre de 500 ns, on voit que nous disposons encore de 300 ns pour "prendre la décision" de déclencher les chambres sur un événement donné. Une tension continue de 50 V était appliquée en permanence sur les électrodes pour balayer les ions polarisés issus d'une étincelle et ainsi de diminuer le temps de récupération des chambres (quelques millisecondes).

L'épaisseur totale de matière placée sur le parcours du proton de recul - y compris les parois cryogéniques autour de la cible et

trois scintillateurs - était telle que tous les protons d'énergie inférieure à 300 MeV s'arrêtaient dans le polarimètre. Le parcours effectué permet ultérieurement de calculer l'impulsion du proton.

Chaque fil du polarimètre traverse un tore de ferrite de la dimension d'un millimètre et dont le cycle d'hystérésis est pratiquement rectangulaire. Le courant d'étincelle provoque un changement permanent de son état magnétique. Pour décoder le polarimètre il faut, à l'aide d'un ensemble électronique spécial, venir observer chacun des tores. Chaque tore, outre le fil de la chambre elle-même, est traversé par trois autres fils. Dans deux d'entre eux (fils d'interrogation) arrivent en coïncidence deux impulsions électriques de 500 nanosecondes et de valeur I/2 (I est le courant minimum nécessaire pour pouvoir changer l'état magnétique du tore et vaut environ 450 mA). Suivant que le tore se trouve dans un état ou dans l'autre, on provoquera - ou non - un retour à l'état initial et on observera - ou non - un courant sur le dernier fil. Ce courant sera ensuite amplifié, codé et mis en mémoire. Nous aurions pu utiliser un seul fil d'interrogation (avec un courant I), mais il en aurait alors fallu un par tore, c'est-à-dire plus de 50 000. Le système des coïncidences et l'utilisation de 32 fils de lecture distincts permet de limiter ce nombre à une centaine et permet de simplifier beaucoup la logique électronique indispensable. La durée de la lecture prenait entre 2 et 4 millisecondes selon le nombre de tores basculés [14 et 15].

L'efficacité, c'est-à-dire la probabilité d'avoir un tore ou un groupe de tores adjacents basculés - donc une étincelle - sur le parcours de la particule, était voisine de 85%.

Les hodoscopes.

Plus de 90% de toutes les réactions, qui ont lieu dans la cible, sont des diffusions inélastiques et surtout des diffusions sur les noyaux complexes contenus dans la cible. Il importait donc de présélectionner les événements pour éliminer le plus grand nombre du fond et déclencher les chambres à bon escient, à cause du temps mort du polarimètre. Pour cela, nous étudiions grossièrement la cinématique de chaque diffusion sur la cible avec une série de 7 hodoscopes de compteurs qui déterminaient les différents angles des particules entrantes et sortantes. Puis une électronique rapide choisissait les événements dont la cinématique était compatible avec celle d'un événement élastique sur proton libre.

Le tableau suivant résume les caractéristiques des différents hodoscopes ou bancs de compteurs à scintillation :

Nom	Quantité obtenue	Position à 6 GeV/c (16)	Nombre de compteurs	Dimension des compteurs en millimètres Larg. Haut.
H 1	Divergence de la particule incidente par rapport au faisceau moyen.	6 m (8) en amont de la cible.	24 (3 x 8)	15 x 14
H 2	Position longitudinale du vertex dans la cible	12 cm sur le côté.	10	10 x 80
H 3	Angle Θ du proton de recul en corrélation avec H 2.	80 cm sur le côté.	9	23 x 420
H 4	Angle azimutal du proton de recul.	85 cm près du H 3.	14	400 x 28
H 5	Angle Θ de diffusion du pion par rapport au faisceau moyen.	6 (16) m en aval de la cible.	16	30 x (en arc de cercle)
H 6	Angle azimutal du pion.	6 (16) m en aval de la cible.	16	30 x 500
H 7	Position transversale du pion à l'entrée de la cible.	10 cm avant la cible	5	2,5 x 20

Un scintillateur, ayant la forme d'un peigne, dont chaque dent couvre la moitié de la largeur de chaque compteur de H 5, permettait ultérieurement de mieux préciser la valeur de l'angle de diffusion.

Un certain nombre de compteurs en anticoïncidences, placés autour de la cible, permettaient de rejeter la plupart des événements où une ou plusieurs particules chargées étaient produites. Entre la cible et ces compteurs nous avions placé 0,5 cm de plomb pour matérialiser des δ qui auraient été éventuellement produits.

L'électronique rapide.

Le but de l'électronique était d'analyser toutes les informations issues des hodoscopes pour fournir éventuellement une impulsion électrique permettant ainsi de déclencher les chambres.

Le traitement se faisait en deux temps :

Dans un premier stade, nous exigions une particule dans un compteur spécial D placé entre la cible et H 5 - H 6, une autre parti-

cule traversant H 3, et aucune dans les compteurs placés en anticoïncidence. Quand ces conditions étaient satisfaites, nous ouvrions des portes rapides donnant sur un ensemble électronique plus évolué avec des circuits intégrés. Le but de cette présélection était de limiter le taux de comptage à l'entrée de cette électronique.

Dans le deuxième stade, nous exigions pour chaque événement qu'un compteur, et un seul, de chaque hodoscope soit touché. Simultanément nous recomposions la diffusion complète afin de déclencher les chambres que pour certaines combinaisons particulières des compteurs touchés. Ces combinaisons correspondaient approximativement à la cinématique d'un événement élastique. La position, les dimensions et la numérotation des différents compteurs étaient choisies de façon à simplifier le travail de vérification des différentes corrélations. Par exemple, pour vérifier la coplanarité d'un événement, nous exigions que si le π diffusé passait par un certain compteur de H 6, le proton de recul traversât le compteur de H 4 portant le même numéro. C'est-à-dire que si nous représentons (figure 3) les différents compteurs sur un tableau à double entrée, les bons événements se trouvent sur la diagonale de la Matrice ainsi formée. En pratique, pour tenir compte de la diffusion multiple et de certaines approximations géométriques, nous tolérions un, voire deux, compteurs d'écart.

Nous disposions d'abord d'un certain nombre de matrices (figure 4) pour reconstruire :

- le plan de diffusion du π (avec H 1 et H 6) - matrice φ_π
- l'angle de diffusion du π (avec H 1 et H 5) - matrice θ_π
- l'angle de diffusion du proton (avec H 2 et H 3) - matrice θ_p

Puis, par deux autres matrices nous vérifions :

- la coplanarité (avec φ_π et H 4)
- la corrélation angulaire (avec θ_π et θ_p).

Le temps total nécessaire pour effectuer toutes ces corrélations était environ de 130 ns.

Un autre rôle de cette électronique consistait à garder en mémoire les informations provenant des compteurs pour les transmettre au calculateur au moment opportun.

Les détails complets de cet ensemble électronique sont donnés dans la référence [16].

Le calculateur.

Un petit calculateur en ligne CII 90 - 10 gérait l'ensemble de l'expérience. Il avait trois rôles essentiels.

Il coordonnait toutes les opérations faites par l'électronique pour décoder les informations fournies par le polarimètre. A chaque fois qu'un "bon événement" avait provoqué le déclenchement des chambres, le calculateur initiait une lecture du polarimètre et des compteurs touchés.

A la fin de chaque cycle, l'ensemble des informations de tous les événements qui étaient survenus au cours de ce cycle étaient mises sur bande magnétique en vue du traitement ultérieur sur un ordinateur plus puissant.

Parallèlement, le calculateur faisait un certain nombre de calculs de contrôle pour vérifier que l'expérience se déroulait correctement. Un système de visualisation sur oscilloscope permettait de vérifier presque immédiatement le bon fonctionnement des différents hodoscopes de l'électronique et de la chambre à étincelles [17].

Dès qu'une bande était remplie, son contenu était immédiatement vérifié sur l'ordinateur CDC 6600 du CERN.

Chapitre III

TRAITEMENT DES DONNEES ENREGISTREES SUR BANDE MAGNETIQUE.

Le calcul des paramètres cherchés à partir des données enregistrées sur bande magnétique se fait en un certain nombre d'étapes. Il faut d'abord reconstruire la trajectoire de chaque proton dans le polarimètre pour sélectionner les événements qui ont rediffusé sur le carbone. Ensuite, pour ces événements il faut reconstruire le mieux possible la cinématique complète de la première diffusion en tenant compte d'une part de la trace du proton dans les chambres, et d'autre part des numéros des compteurs touchés. En même temps il faut déterminer tous les autres paramètres caractéristiques des deux diffusions tels que la probabilité d'appartenir au fond ou le pouvoir analyseur. Enfin, par une méthode de maximum de vraisemblance, nous déduisons les valeurs des paramètres de rotation du spin de l'asymétrie azimutale de la diffusion sur le carbone c'est-à-dire de la polarisation effective des protons.

En effet, considérons les événements qui ont diffusé deux fois. Si nous désignons par $\vec{P}'$ la polarisation des protons au niveau de la deuxième diffusion, et par "a" le pouvoir analyseur du carbone correspondant à un événement, la probabilité F de diffuser dans le plan défini par la normale $\vec{n}$ sera, si en première approximation nous ne tenons pas compte d'asymétries expérimentales éventuelles :

$$F = 1 + a.\ \vec{P}'\ .\ \vec{n}. \qquad (1)$$

Pour un lot d'événéments j, la probabilité totale pour que chaque événement soit diffusé dans le plan caractérisé par n_j, sera :

$$F = \pi_j\ (1 + a_j\ \vec{P}'_j\ .\ \vec{n}_j) \qquad (2)$$

D'autre part, pour tenir compte de la probabilité α_j qu'un événement appartienne au fond, nous pouvons décomposer P'_j de la façon suivante :

$$\vec{P'}_j = (1 - \alpha_j)\, \vec{t}\,(\vec{P}_j) + \alpha_j \vec{t}\,(\vec{\omega}_j) \qquad (3)$$

en désignant par :

$\vec{t}(\vec{P}_j)$ la transformée dans le champ magnétique de la polarisation P_j du proton obtenue dans la première diffusion supposée sur hydrogène.

$\vec{t}(\vec{\omega}_j)$ la transformée de la polarisation $\vec{\omega}$ d'un événement du fond.

$\vec{P}_j$ est une fonction de P_o et R et de facteurs cinématiques connus. Nous cherchons P_o et R tel que la fonction F soit maximum.

Nous voyons que pour chaque événement nous devons d'abord :

- reconstruire la trace dans le polarimètre et reconnaître une éventuelle diffusion sur le carbone,
- reconstruire la première diffusion à partir des indications des chambres à étincelles et des compteurs,
- calculer la transformation $\vec{t}$ qui donne la polarisation au deuxième vertex en fonction de celle obtenue au premier vertex,
- calculer le pouvoir analyseur a,
- calculer le coefficient de fond α.

Ces opérations sont décrites dans la première partie de ce chapitre, la seconde partie étant consacrée à une description du programme de maximum de vraisemblance (on consultera également avec profit la référence [18]).

A. TRAITEMENT INDIVIDUEL DE CHAQUE EVENEMENT.

Reconstruction des traces dans le polarimètre (ou reconstruction de la deuxième diffusion [19]).

Il faut d'abord déterminer la trace du proton dans le polarimètre. Nous commençons par analyser chaque vue (X et Y) séparément. A partir des 5 premiers modules (sans carbone) nous déterminons toutes les traces incidentes possibles, c'est-à-dire ayant au moins trois étincelles dans une route droite de 1 cm de large. Nous poursuivons cette route au-delà, jusqu'à ce qu'il y ait trois modules successifs sans étincelles (trois pour tenir compte d'éventuelles inefficacités). Ensuite, nous cherchons dans un cône centré sur la fin de la trace incidente une éventuelle diffusion en procédant de façon analogue. Une diffusion n'est prise en compte que s'il y a au moins trois étincelles pour pouvoir bien reconstruire l'événement. L'efficacité globale de la trace doit être supérieure à 65% (fraction des chambres traversées pour laquelle des étincelles ont été enregistrées) pour que l'événement soit retenu.

Puis nous comparons une à une les différentes traces trouvées sur chacune des deux vues. S'il s'agit du parcours d'une même particule, les deux projections doivent s'arrêter dans le même module (nous en tolérons un d'écart). Si une telle combinaison et une seule est retenue et comporte une diffusion au moins sur l'une des projections, nous refaisons une optimisation globale avec un vertex unique pour les deux vues, situé dans une plaque de carbone.

Un événement peut donc, soit rediffuser sur le carbone, soit être une trace droite, soit être complètement rejeté. L'étude générale de cette analyse a donné les statistiques suivantes pour l'ensemble des événements :

- 35% des traces sont rejetées pour inefficacité. Dans cette catégorie, nous trouvons principalement les cas où l'une des traces X ou Y n'avait pas l'efficacité globale voulue, et les cas où les deux vues n'ont pas de point d'arrêt compatible.
- 6% sont rejetés pour multiplicité. Il peut y avoir effectivement dans la chambre deux traces que nous ne savons pas discriminer. En général, en tenant compte des compteurs H 3 ou H 4 touchés qui limitent le domaine d'entrée possible du proton dans le polarimètre, nous pouvons,

en cas de multiplicité, déterminer la trace utile, mais il reste évidemment des cas ambigus. D'autre part, il est fréquent que la présence d'étincelles parasites perturbe la reconstruction de l'événement de façon telle que nous trouvions deux diffusions possibles. Cet événement sera aussi rejeté comme événement multiple.

- 3% sont des traces qui sortent de la chambre par les côtés.
- 29% donnent des traces droites sans rediffusion sur le carbone, ou une rediffusion inférieure à 1°. Ces événements ne sont pas définitivement rejetés mais sont mis sur une bande magnétique à fin de traitements annexes ultérieurs.
- 17% sont des traces qui rediffusent à faible angle ($< 0{,}075$ rad. = 4,3°) et qui sont rejetés à cause de l'imprécision de leur reconstruction (surtout pour la position du vertex).
- 10% représentent les seuls éléments utiles dont toutes les caractéristiques sont écrites sur bandes (position de la trace incidente, de la trace diffusée, du vertex, de l'angle de diffusion et les numéros de compteurs).

Ces rapports ont, en fait, été très variables au cours du temps à cause de la marche irrégulière des chambres à étincelles. Surtout les changements dans l'intensité du faisceau incident suivant la réaction étudiée modifiaient beaucoup leur mode de fonctionnement. D'autre part, ces proportions ne sont pas les mêmes quelle que soit l'énergie du proton, une trace longue, par exemple, ayant plus de chances de rediffuser sur le carbone. La figure 5 montre leurs variations en fonction de l'angle de diffusion du π (lié directement à l'énergie du proton en cas de diffusions élastiques).

Reconstruction de l'événement entier.

Pour reconstruire l'événement entier, nous disposons des informations suivantes :

- l'impulsion incidente P_{inc} avec son erreur.
- l'angle de diffusion et l'angle azimutal du pion, θ_π et φ_π, et les erreurs correspondantes, obtenus à partir des numéros de compteurs touchés avant et après la cible.
- l'angle de diffusion et l'angle azimutal du proton de recul θ_p et φ_p.

En effet, nous pouvons, à partir de la trace dans le polarimètre, reconstruire le vertex en faisant "remonter" le proton jusqu'à la cible. Le champ magnétique nécessaire à la polarisation de la cible complique un peu la situation, car il nous faut connaître l'impulsion du proton pour calculer la trajectoire réelle. Nous pouvons, soit la prendre égale à celle qui correspond au parcours effectif dans le carbone, soit prendre la valeur calculée à partir de l'angle de diffusion du π en supposant cette diffusion élastique. En fait, nous avons pris cette deuxième méthode. Ce calcul étant fait, nous pouvons le recommencer en prenant cette fois l'impulsion correspondant à l'angle θ_p du proton obtenu au premier passage. Pratiquement, avec la position des bobines pour la mesure de R, nous n'avons effectué que deux itérations car le champ fait un angle faible (environ 15°) avec la trajectoire du proton qui dépend donc peu de l'impulsion de celui-ci.

Nous supposons toujours la diffusion élastique. Nous disposons donc de deux relations de contraintes qui, par une optimisation des données, nous permet de déterminer au mieux les paramètres de la diffusion.

Nous avons en effet mesuré : θ_π, φ_π, θ_p, φ_p et P_{inc} qui sont liés par les relations suivantes :

- la condition de coplanarité :

$$F_1 = \varphi_\pi - \varphi_p - 2\pi = 0 \qquad (4)$$

- la corrélation angulaire :

$$F_2 = (M^2 - m^2) \cot g^2 \theta_p + 2 WM \cot g \theta_\pi I \cot g \theta_p - W^2 = 0 \qquad (5)$$

avec m : masse du π,

M : masse du proton,

$W = E_\pi + M$ = énergie totale.

Nous appliquons la méthode des multiplicateurs de Lagrange pour optimiser les paramètres et annuler effectivement ces relations (en supposant par conséquent les erreurs gaussiennes). Nous en déduisons un ensemble de valeurs, θ'_π, θ'_p, φ'_π, φ'_p et P'_{inc} avec un χ^2 correspondant à trois degrés de liberté. Ce χ^2 est d'autant plus petit que les valeurs initiales des paramètres étaient compatibles avec les para-

mètres d'une diffusion élastique, c'est-à-dire qu'il nous permet d'estimer la probabilité d'être une telle diffusion. Nous rejetons tous les événements avec χ^2 supérieur à 10, soit que nous ne soyons pas sûrs de sa reconstruction, soit qu'il soit effectivement inélastique.

Nous en déduisons l'impulsion la plus probable du proton de recul. Cette donnée est indispensable pour le calcul du pouvoir analyseur du carbone qui varie beaucoup avec l'énergie de la particule.

Calcul de la précession du spin.

Le spin du proton subit une précession dans le champ magnétique. Or, il nous faut connaître à partir de la polarisation obtenue au niveau du premier vertex ses composantes au niveau du second et vice versa. Le calcul a été fait dans le cas relativiste.

Il faut faire les transformations suivantes : d'abord passer du système du centre de masse de la particule dans lequel est défini le spin, au système du centre de masse de la réaction dans lequel est définie la matrice de réaction M. Puis de ce système, nous passons à celui du laboratoire dans lequel se place l'analyse. Enfin, il faut revenir au système du centre de masse du proton. Le produit de ces trois transformations de Lorentz est équivalent à une rotation dite rotation de Wigner égale à : $2\,\theta_L - \theta$, θ_L et θ étant les angles de diffusion du proton respectivement dans le laboratoire et dans le centre de masse (voir les détails de ce calcul dans la référence [20]).

Pour calculer la précession effective du spin, nous partons des relations générales valables dans un champ homogène qui définissent le mouvement de la particule et de sa polarisation :

$$\gamma \frac{dV}{dt} = -\frac{e}{m} F\, V$$

$$\gamma \frac{ds}{dt} = g\,\mu_o\, S\, F + \left(\frac{e}{m} - g\,\mu_o\right) V\, (S\, F\, V) \qquad (6)$$

avec : $\mu_o = \frac{e\hbar}{2mc}$ (magneton de Bohr)

$$g = 2 \times 2{,}7925 = \frac{\mu\ \text{Proton}}{\mu_o}$$

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} \quad ; \quad \beta = \frac{\vec{v}}{c}$$

$V = (\gamma, \gamma \vec{\beta})$ quadrivecteur qui vaut (1, 0) dans le centre de masse du proton

$S = (s_o, \vec{s})$ quadrivecteur qui vaut (0, s) dans le centre de masse du proton, $\vec{s}$ étant le trivecteur polarisation.

F = tenseur du champ électro-magnétique relativiste.

Dans notre cas particulier où le champ électrique est nul, nous pouvons écrire les deux relations précédentes sous la forme :

$$\begin{aligned} d\vec{s} &= \left[k\ (\vec{s} \times \vec{H}) + k'\ \vec{P}\ (\vec{s}, \vec{P}, \vec{H}) \right]\ \vec{dl} \\ ds_o &= k'\ E\ (\vec{s}, \vec{P}, \vec{H})\ \vec{dl} \end{aligned} \qquad (7)$$

(avec dl = vdt) où k et k' sont des coefficients numériques qui dépendent des unités.

Nous connaissons la trajectoire du proton et le champ en chaque point, nous pouvons donc procéder par pas $\vec{\Delta l}$, et calculer le $\vec{\Delta s}$ correspondant, en supposant le champ homogène dans cet intervalle.

Nous voyons que <u>la transformation est linéaire en $\vec{s}$</u>. Si nous décomposons la polarisation initiale suivant trois vecteurs :

$$\vec{s}_i = \sum_1^3 \alpha_j\ \vec{j} \qquad (8)$$

la polarisation finale sera :

$$\vec{s}_f = \sum_1^3 \alpha_j\ \vec{t}(\vec{j}) \qquad (9)$$

désignant par $\vec{t}(\vec{j})$ la transformée des vecteurs $\vec{j}$ de la base choisie, par rotation dans le champ magnétique.

Il nous suffit donc de calculer la matrice T tel que $\vec{t}(\vec{j}) = T\ \vec{j}$ pour pouvoir relier simplement la polarisation que l'on mesure au niveau du vertex proton carbone à celle que l'on aurait effectivement observée en l'absence de champ magnétique.

Le pouvoir analyseur.

Dans la formule (1) que nous avons introduite au début de ce chapitre nous avons besoin de connaître le pouvoir analyseur du carbone pour chaque événement. Ce pouvoir dépend de l'angle et de l'énergie au deuxième vertex et du degré d'ineficacité de cette diffusion.

Or nous avons mesuré :

- l'angle de diffusion, par reconstruction des traces dans le polarimètre.
- l'énergie du proton. Cette énergie est obtenue à partir de celle calculée à la première diffusion et en tenant compte de la perte dans la matière traversée comprise entre les deux vertex.

Nous comparons cette énergie à celle mesurée par le parcours dans la deuxième partie de la trajectoire (après le deuxième vertex). Ces deux énergies doivent être égales à l'imprécision des mesures près, sinon l'événement sera rejeté. En effet, cela voudrait dire soit que la diffusion pion-proton, soit que la diffusion proton-carbone (ou les deux à la fois), était inélastique. La précision des mesures d'énergie est, en moyenne sur l'ensemble des événements, de l'ordre de 15 MeV. Et nous ne pouvons pas éliminer toutes les diffusions inélastiques de la deuxième diffusion car en effet, nous pouvons avoir :

- un choc élastique,
- un choc inélastique correspondant aux niveaux excités du carbone : 4,43 MeV, 7,66 MeV, 9,64 MeV, 10,7 MeV, 15,1 MeV, 20 MeV, etc ...
- un choc inélastique correspondant au fond continu.

Enfin pour calculer le pouvoir analyseur en fonction de l'angle et de l'énergie, nous avons utilisé l'ensemble des mesures de polarisation proton-carbone ([21 à 25]).

Pour faire une synthèse de cet ensemble de données nous avons utilisé deux méthodes. Dans la première nous déterminons un tableau à double entrée (angle-énergie) donnant un pouvoir analyseur moyen tenant compte d'une perte d'énergie possible dans la diffusion proton-carbone, pondérée par la section efficace. Nous supposons

$$0 < \Delta E < 30 \text{ MeV}$$

En fait nous utilisons comme paramètre $\theta^* = \theta_2 \sqrt{\frac{E}{180}}$ (E : énergie du proton en MeV, θ_2 : angle de la diffusion p.C.) et $a^* = a/a_{max}$.

Pour représenter l'ensemble des données existantes p.C., cette paramétrisation usuelle se justifie dans l'hypothèse où la diffusion suit la loi du potentiel optique. En effet, dans ce cas, nous obtenons des droites pour $a^* = f(\theta \sqrt{E})$.

Nous calculons a^* par interpolation dans un tableau donnant $a^*(\theta^*, E)$. Ce tableau a été extrait des courbes de la référence [21] modifiées pour tenir compte des dernières données expérimentales. En particulier, nous avons tenu compte des renormalisations proposées par JARVIS et ROSE [22] pour certaines données antérieures ainsi que des valeurs fournies par ces mêmes auteurs à 138,2 et 135,5 MeV. Nous en avons déduit le réseau de courbes donné par la figure 6 d'où nous avons extrait un tableau numérique (tableau 1).

Le pouvoir analyseur a est donné par :

$$a(\theta, E) = a^*(\theta^*, E) \times a_{Max}(E) \qquad (10)$$

$a_{Max}(E)$ étant lu sur un graphique (figure 7). Il représente la valeur maximum du pouvoir analyseur en fonction de l'énergie.

Dans la deuxième méthode utilisée, nous remplaçons la lecture de tableaux et une interpolation par la valeur d'une fonction dépendant de l'angle θ (ou θ^*), de l'énergie E et de la perte d'énergie possible ΔE. Pour chaque événement nous calculons la fonction $P(\Delta E)$ déterminant la probabilité d'avoir la perte ΔE. Ce calcul se fait à partir de la section efficace $\frac{d\sigma}{d\theta}(E, \Delta E)$, et en tenant compte des imprécisions :

- sur l'énergie déterminée à partir de la première diffusion,
- sur l'énergie de parcours à cause de l'épaisseur finie des plaques de carbone.

Notamment nous en déduisons la probabilité P_i d'avoir chacun des états excités. Pour chacun de ces états i, nous avons la valeur du pouvoir analyseur obtenu par une fonction $a_i(\theta, E)$.

Le pouvoir analyseur moyen sera :

$$a = \sum P_i \, a_i(\theta, E) \qquad (11)$$

Cette méthode est clairement expliquée dans la référence [26]. Elle est, en principe, beaucoup plus rigoureuse que la précédente mais la connaissance des fonctions a_i est peu précise en raison du peu de données dont nous disposons, et leur détermination exige certaines approximations.

Pour retenir un événement, nous faisions les coupures cinématiques suivantes :

$$4° < \theta^* < 27°$$

$$E > 70 \text{ MeV}$$

En dehors de ce domaine le pouvoir analyseur est très faible ou très mal connu (ces limites sont tracées en pointillé sur le réseau de courbes de la figure 6).

Les deux méthodes ont donné des résultats identiques, ce qui s'explique très facilement car plus de la moitié des diffusions retenues sur carbone avaient un angle $\theta < 7°$. En effet, pour tous ces événements (et même au-delà jusque vers 10°), l'influence des inélastiques est négligeable à cause de la faiblesse de leurs sections efficaces devant celle de la diffusion élastique, et dans ce cas les deux procédés de calcul deviennent sensiblement les mêmes.

Calcul du fond.

Nous nous proposons de calculer à partir des informations obtenues par les compteurs, puis par le polarimètre, la probabilité, pour un événement donné, de provenir réellement d'une réaction élastique sur un proton libre. Pour cela, nous avons utilisé une cible similaire sans hydrogène pour obtenir le taux de diffusion et une information sur le spectre des protons provenant de réactions sur les nucléons liés dans les noyaux de la cible. Cette cible dite "Fantôme" est composée d'un empilement de plaques de carbone, aluminium et étain, de façon à respecter la densité du cristal sans l'hydrogène. Rappelons d'autre part que les angles donnés par les compteurs et la mesure de l'énergie des protons de recul dans le polarimètre ont permis de faire des sélections successives et ainsi de diminuer la proportion de fond.

Revenons provisoirement sur les matrices qui définissent la corrélation θ entre les angles de diffusion du π et du proton. Chaque

événement rentrant dans le cadre de cette matrice et qui a satisfait avec succès le critère de coplanarité, est enregistré. Considérons une ligne de cette matrice qui correspond à un certain angle de diffusion du π, nous pouvons la développer sous forme de l'histogramme de la figure 8A donnant le nombre d'événements dans chaque case. Les bons événements, pour lesquels nous avons déclenché les chambres, sont sur (ou au voisinage de) la diagonale principale. Ils sont compris sous le pic bien visible correspondant aux événements élastiques. En pointillé nous avons tracé le même histogramme (normalisé) obtenu avec la cible "Fantôme". Comme le fond est essentiellement dû à des diffusions sur les noyaux complexes, leur différence donne l'effet hydrogène que nous étudions.

Nous voyons 12 zones, dont 5 correspondent aux événements hydrogènes. Nous en prenons une de garde de part et d'autre de ces 5 zones et nous normalisons sur les 12 - 7 = 5 canaux restant garantis non hydrogènes. Nous déterminons donc pour chacun des canaux utiles un coefficient :

$$\sigma_{ij} = \frac{N(\text{Fond})}{N(\text{Fond + hydrogène})} \quad \text{(après normalisation)}$$

i : indice de ligne de la matrice $(i \in 1, 12)$
j : indice de diagonale $(j \in 1, 5)$

D'autre part, considérons l'histogramme (figure 8B) donnant la distribution des parcours dans les plaques de carbone du polarimètre des événements de la même ligne i de la matrice précédente, avec le cristal (trait plein) et avec la cible "Fantôme" (trait en pointillé). Nous pouvons tracer cet histogramme soit pour les événements ayant rediffusé sur le carbone, soit pour les traces droites. La comparaison des résultats avec cible cristal et cible "Fantôme" - en dehors du pic de parcours - donne le même coefficient de normalisation que la comparaison des histogrammes angulaires correspondant aux lignes de matrices.

Si un tel histogramme de parcours avait pu être tracé pour chaque lot d'événements (correspondant à une ligne i et à une diagonale j), nous aurions par un simple rapport la probabilité de fond d'un événement ayant eu un parcours donné par exemple qui se serait arrêté dans la k ième plaque de carbone. Mais la statistique était insuffisante et

nous avons dû procéder d'une façon plus approchée en supposant notamment que l'histogramme du parcours dans la chambre est indépendant de l'indice de diagonale j. Finalement, nous arrivons à une formule empirique qui nous donne la probabilité f pour un événement d'appartenir au fond.

$$\frac{1}{\alpha_{ijk}} = 1 + \left(\frac{\gamma_{ij}}{1 + \gamma_{ij}}\right) \left(\frac{\gamma_i}{1 + \gamma_i}\right)^{-1} \left(\frac{\beta'_{ik}}{\gamma_i \beta_{ik}} - 1\right) \qquad (12)$$

i : indice de colonne de la matrice (dépendant de l'énergie du π),

j : indice de diagonale,

k : numéro du module d'arrêt,

γ, β et β' : coefficients numériques déterminés à partir des histogrammes 8A et 8B et expliqués dans [18].

Nous avons, d'autre part, recoupé cette méthode avec une autre méthode où la forme des distributions β^h du parcours des événements élastiques dans la chambre est imposée en accord avec les calculs théoriques prédisant le taux d'absorption nucléaire des protons dans le carbone. Dans ce cas, seul le coefficient γ_i est nécessaire, les histogrammes de parcours étant en quelque sorte remplacés par des courbes théoriques ajustées sur les données expérimentales. Nous pouvons ainsi recalculer une probabilité de fond en fonction de l'énergie du proton (ou en fonction de l'angle θ du π obtenu par la cinématique) et du parcours effectué (indice k).

Ces deux méthodes (voir la référence [26]) donnent le même résultat pour les événements situés au centre du pic élastique. Pour les événements dont le parcours est trop faible, la probabilité de fond ainsi calculée est inférieure à celle mesurée. La raison en est que nous ne tenons pas compte dans le calcul de la possibilité d'avoir un choc inélastique au deuxième vertex, ni évidemment d'éventuels défauts de la reconstruction dans le polarimètre. Malgré tout, les deux méthodes ont donné des résultats globaux assez voisins et ont permis d'extrapoler à grand transfert les résultats numériques obtenus à faible transfert. En effet, lorsque l'énergie du proton croît, la section efficace devient petite et la faible statistique ne permet plus de mesurer avec précision les coefficients β.

La proportion d'événements du fond restant après sélection au niveau des matrices se situe aux environs de 30%. En fin de calcul et particulièrement après le test de compatibilité entre l'énergie de parcours et l'énergie au deuxième vertex déduit de la première diffusion, il en reste environ 15% en moyenne. Cette proportion varie entre 10 et 25% lorsque l'énergie du proton de recul passe de 100 à 300 MeV.

Mesure de l'impulsion incidente.

Nous avons vu que pour chaque événement nous faisions une reconstruction de la diffusion pion-nucléon à partir des données mesurées, c'est-à-dire les angles de la particule diffusée et ceux du proton de recul, plus l'impulsion du faisceau. Le système est redondant et nous pouvons utiliser ce fait pour recalculer l'une des données.

Dans ce calcul, nous avons utilisé l'impulsion nominale du faisceau : P_{NOM}. Or, cette impulsion est obtenue à partir des champs magnétiques des différents aimants le long du faisceau. Or les cartes de champs ne sont pas données à mieux que le pour cent, et, d'autre part, la trajectoire du faisceau (donc les angles de déviation) n'est pas exactement connue. Nous pouvons remplacer provisoirement P_{NOM} par une variable P_{inc}, car il peut y avoir une erreur systématique sur la valeur centrale de l'impulsion.

Pour calculer cette valeur nous faisons varier P_{inc}, l'impulsion incidente que nous introduisons et considérons la valeur moyenne de l'impulsion P'_{inc} trouvée après l'optimisation. Si l'impulsion du faisceau est correcte nous devons avoir globalement pour l'ensemble des événements :

$$P'_{inc} \text{ moyen} = \overline{P}'_{inc} = P_{inc}$$

nous construisons donc l'histogramme suivant :

$$\Delta P = \overline{P}'_{inc} - P_{inc} = f(P_{inc})$$

et nous déterminons son intersection avec l'abscisse qui nous donnera une valeur mesurée de l'impulsion du faisceau incident.

Nous pouvons également étudier la variation du χ^2 moyen obtenu lors de la reconstruction cinématique de la diffusion πP en fonction de P_{inc} et rechercher son minimum, ce qui conduit au même résultat.

Il y a d'autre part l'information du parcours du proton dans le polarimètre que nous pouvons utiliser pour faire ce calcul. Nous avons vu que pour retenir un événement nous faisons un test de compatibilité entre l'énergie déduite de l'optimisation et celles tirées du parcours : ces deux énergies doivent être égales aux erreurs expérimentales près que nous pouvons calculer. L'ensemble des événements retenus par ce critère doit passer par un maximum en fonction de P_{inc} lorsqu'il est égal à l'impulsion réelle du faisceau. Pour éviter une complication due aux diffusions inélastiques sur le carbone, nous prendrons l'ensemble des traces sans rediffusion dans le polarimètre.

Nous avons porté sur la figure 9A les variations de $\overline{\Delta P}$, χ^2 et N le nombre d'événements retenus en fonction de P_{inc} dans le cas de P_{NOM} = 16 GeV/c en π^- pour un lot d'événements donnés. Nous donnons également (fig. 9B) l'histogramme de la différence des énergies du proton : celle calculée par l'optimisation et celle déduite du parcours pour deux valeurs de l'impulsion incidente.

Ces deux méthodes donnent des résultats très voisins et différents de P nominal ; nous devons donc corriger toutes les impulsions incidentes selon le tableau suivant :

Mesure	P nominal	P recalculé
π^- P A	6 GeV/c	6,00 ($\pm$ 0,04)
π^- P R	6 GeV/c	5,88 ($\pm$ 0,03)
π^+ P R	6 GeV/c	6,01 ($\pm$ 0,03)
π^- P R	16 GeV	15,62 ($\pm$ 0,05)

(l'erreur entre parenthèses donne une estimation de l'erreur sur la valeur centrale de l'impulsion et non la largeur du spectre qui reste toujours la même : environ 2%).

Cette correction sur l'impulsion ne masque pas une erreur systématique que nous ferions sur la mesure de l'un des angles. L'angle de diffusion du π (θ_π) est déterminé par la position de l'hodoscope H 5 - H 6 qui est très facile à mesurer et bien connu. La position du polarimètre (que nous donne θ_p) est plus difficile à bien connaître. Pourtant

l'histogramme représenté sur la figure 10, qui donne la position du vertex le long du faisceau obtenu à partir des traces dans les chambres, est correctement centré par rapport à la position de la cible, ce qui nous donne confiance dans nos mesures. D'autre part, l'impulsion effective du faisceau négatif à 16 GeV/c a été mesurée par une expérience totalement indépendante. Elle a été réalisée par un autre groupe d'expérimentateurs travaillant simultanément avec nous et en aval de notre expérience sur le faisceau. Ils mesuraient l'angle d'émission du rayonnement Cerenkov obtenu dans un compteur. Ils en ont déduit [27]) :

$$P = 15{,}61 \pm 0{,}04$$

En faisant la correction de la perte d'énergie le long du parcours entre nos deux expériences, nous trouvons $P = 15{,}64 \pm 0{,}04$, valeur très proche de celle que nous obtenons ($15{,}62 \pm 0{,}05$).

B. MAXIMUM DE VRAISEMBLANCE.

Nous avons vu précédemment que les paramètres de rotation sont obtenus en cherchant le maximum de la fonction (chapitre III - 2) :

$$F = \pi \, (1 + a \, \vec{P}' \, \vec{n}) \qquad (2)$$

soit encore, en considérant la relation III - 3 :

$$F = \pi \left(1 + a \, \vec{n} \left[(1 - \alpha) \, \vec{P}_h + \alpha \vec{\omega} \right] \right) \qquad (14)$$

avec la notation $\vec{P}' = \vec{t}(\vec{P})$ = transformée de la polarisation P après le passage dans le champ magnétique.

Nous voyons d'après les trois relations (chapitre I - 10) que :

$$\vec{P}_h = \frac{\vec{P}_o + k\vec{V}}{1 + P_o \, P_z} \qquad (15)$$

désignant par P_z la composante de la polarisation de la cible, normale au plan de la première diffusion et $\vec{V}$ un vecteur lié à la polarisation de la cible $\vec{P}_i$ et qui s'inverse avec elle. $\vec{V}$ est une fonction linéaire de R et A les paramètres de Wolfenstein. k est un coefficient numérique dépendant de la géométrie de la première diffusion.

Puisque la transformation dans le champ magnétique est linéaire, nous avons encore :

$$\vec{P}'_h = \frac{\vec{P}'_o + k\vec{V}'}{1 + P_o \, P_z} \qquad (16)$$

Ceci est l'expression la plus générale pour une orientation quelconque du plan de la première diffusion par rapport à la direction de $\vec{P}_i$. Elle tient compte du passage du proton de recul dans le champ magnétique.

Asymétries instrumentales.

Pour éliminer certaines erreurs expérimentales dues à des asymétries dans la détection des particules, nous avons polarisé la cible tantôt dans un sens tantôt dans l'autre. L'effet de ces asymétries parasites est ainsi éliminé si nous avons autant d'événements "positifs" (avec la cible polarisée dans un certain sens) que "négatifs" (cible polarisée dans l'autre sens), et avec la même valeur absolue de la polarisation. Sinon nous devons pondérer chaque événement par le "Poids" suivant (voisin de 1) :

$$q = (1 + P_o P_z) \cdot \frac{N_+ + N_-}{2 N_\pm} \cdot \frac{\overline{P_c}}{P_c} \qquad (17)$$

où $\overline{P_c}$ est la polarisation moyenne de la cible à laquelle nous rapportons chaque événement et P_c sa polarisation réelle.

N_+ et N_- sont les nombres totaux d'événements pour chaque polarisation de la cible.

$(1 + P_o P_z)$ est introduit pour tenir compte de la section efficace sur cible polarisée qui est proportionnelle à ce coefficient.

Nous pouvons aussi tenir compte explicitement du fait que la probabilité de détection n'est pas isotrope dans le polarimètre. Nous devons affecter chaque événement d'un coefficient η_j (voisin de 1) qui caractérise l'efficacité du détecteur pour cet événement.

Nous pouvons dire que η_j est la valeur prise par une fonction dépendant de tous les paramètres de la deuxième diffusion : position du vertex dans la chambre énergie du proton, angles de diffusion, etc ... En fait, la faible statistique ne nous permet pas d'étudier la variation de η dans le cas le plus général et nous émettrons l'hypothèse restrictive qu'elle ne dépend que de l'angle azimutal φ_2 et du transfert. Cette hypothèse est certainement fausse, mais seule cette dépendance peut créer une modification du résultat du maximum de vraisemblance.

Pour essayer d'estimer ce coefficient, considérons la distribution obtenue avec des événements diffusant à un transfert donné sur une cible non polarisée et rediffusant sur le carbone. En fonction des paramètres de la deuxième diffusion, nous obtenons alors la distribution suivante :

$$D(\theta, \varphi, E) = \eta(\varphi) \cdot (1 + a(\theta, E) \cdot \vec{n} \cdot (\vec{P}'_o (1 - \alpha) + \alpha \vec{\omega}') \quad (18)$$

Il faut déterminer η à partir de cette distribution (ou plus précisément à partir de la distribution obtenue avec tous les événements réels affectés de leur coefficient de normalisation q). Pour cela, nous devons faire des hypothèses sur la polarisation du fond. Nous avons vu que la quasi totalité de ce fond provient des diffusions quasi élastiques sur les protons liés dans les noyaux de la cible. Il est donc plausible d'admettre que la direction de $\vec{\omega}$ (ou de $\vec{\omega}'$) est la même que celle de $\vec{P}_o$ (ou $\vec{P}'_o$). Si nous supposons de plus :

$$\left|\vec{\omega}\right| = \left|\vec{P}_o\right| \quad (19)$$

alors tous les éléments, sauf $\eta(\varphi)$, sont connus puisque P_o est donné par des mesures antérieures [28]. Nous pouvons écrire :

$$D(\theta, \varphi, E) = \eta(\varphi) \cdot (1 + a(\theta, E) \cdot \left|\vec{P}''_o\right| \cdot \cos\varphi) \quad (20)$$

où $\vec{P}''_o$ est la projection de $\vec{P}'_o$ sur le plan normal à l'impulsion du proton. La direction n est prise comme origine pour définir l'angle φ. $D(\theta, \varphi, E)$ est la distribution <u>expérimentale</u> effectivement trouvée en considérant tous les événements j avec leur coefficient q_j pour obtenir un lot d'événements statistiquement non polarisés. Nous pouvons donc en déduire le coefficient $\eta(\varphi)$ qui tient compte des défauts de symétries dans les mesures sur la deuxième diffusion.

La fonction de vraisemblance utilisée dans le calcul des paramètres sera :

$$F_j = (1 + a_j \cdot \vec{P}_j' \cdot \vec{n}_j) \frac{(1 + P_o P_n) \cdot (N_+ + N_-) \cdot P_c}{\eta(\varphi_j) \cdot (N\pm) \cdot P_c}$$

$$F = \pi_j F_j \quad (21)$$

La fonction F dépend de façon connue de R, A, P_o et $\vec{\omega}$. Il faut chercher les valeurs de ces paramètres qui rendent cette fonction maximum. Pour cela, nous partons d'un jeu de valeurs plus ou moins arbitraire pour R, A, P_o et $\vec{\omega}$ et nous calculons la fonction F obtenue

dans ces conditions. Puis, par une méthode d'itération, nous faisons varier ces coefficients pour chercher l'extremum de la fonction. En fait, il est plus aisé de chercher le maximum de son logarithme qui remplace un produit par une somme :

$$f = \text{Log } F = \sum_j \text{Log } (F_j)$$

Vérifions que si nous avions un nombre très grand d'événements, la fonction F ainsi obtenue (ou plus exactement son logarithme) présenterait un extremum pour :

$$x_i' = x_i \qquad (x = R, A, \ldots)$$

x_i' étant les paramètres libres et x_i leurs vraies valeurs que nous cherchons à déterminer (dans cette démonstration nous ne faisons aucune hypothèse sur la valeur de $\vec{\omega}$).

Pour un très petit intervalle ($d\theta$, dE, $d\varphi$) nous pouvons écrire dL la somme des logarithmes F de la façon suivante :

$$dL = \text{Log } F \quad dN$$

où dN représente la probabilité réelle de diffusion dans le petit domaine considéré. A une constante numérique près, nous avons :

$$dN = \eta(\varphi).(1 + a\,\vec{P}'(x)\,\vec{n})\,d\theta,\, d\varphi,\, dE \qquad (22)$$

$$L = \int (1 + a\,\vec{P}'(x)\,\vec{n})\; q\; \text{Log } (1 + a.\vec{P}'(x').\vec{n}).d\theta.\, d\varphi.\, dE \qquad (23)$$

Montrons que :

$$\frac{dL}{dx_i}\ (x' = x) = 0 \qquad \forall_i$$

Nous avons :

$$\frac{d\ \text{Log } (1 + a.\vec{P}'(x').\vec{n})}{dx_i} = \frac{a\ \dfrac{d\ (\vec{P}'(x').\vec{n})}{d\vec{x}_i}}{1 + a.\vec{P}\ (x').\vec{n}} = \frac{a\ \left|\dfrac{dP''}{dx_i}\right| \cos\varphi}{1 + a.\vec{P}(x').\vec{n}} \qquad (24)$$

$$\frac{d(\vec{P}'\vec{n})}{d\,x} = \left|\frac{dP''}{dx}\right| \cos\,(\varphi - \psi(x)) - \left|P''\right| \frac{d\varphi}{dx} \sin\,(\varphi - \psi(x)) \qquad (25)$$

où φ est l'angle que fait la normale n avec un référentiel arbitraire fixe,

ψ est l'angle que fait P' avec le même référentiel.

Reportons cette expression dans l'intégrale. Le coefficient q et le pouvoir analyseur du carbone a sont tous les deux indépendants de φ . Si nous intégrons de 0 à 2π, nous obtenons :

$$\frac{dL}{dx_i} = \int q.\ a.\ d\theta.\ dE\left[\frac{d\vec{P}''}{dx_i}\int_o^{2\pi}\cos(\varphi - \psi)d\varphi - P''\frac{d\varphi}{dx_i}\int_o^{2\pi}\sin\,(\varphi - \psi)\,d\varphi\right] \qquad (26)$$

$$= 0 \qquad \forall_i$$

(q.e.d.)

Calcul réel de la fonction L.

Dans un premier stade, nous déterminons le coefficient $\eta(\varphi)$ expérimentalement. Pour cela, nous divisons le domaine $(0, 2\pi)$ en un certain nombre (10) d'intervalles élémentaires et dans chacun nous calculons un nombre η_i tel que :

$$\eta(\varphi) = \eta_i \quad \text{dans cet intervalle}$$

Les paramètres à déterminer sont R, A, P_o et $\vec{\omega}$.

Pour la polarisation du fond $\vec{\omega}$, nous supposons toujours $\vec{\omega}$ parallèle à $\vec{P}_o$. En outre, nous pouvons supposer $\vec{\omega} = \vec{P}_o$ (paramètre lié) ou le laisser libre.

Nous voyons que nous pouvons mesurer P_o dans notre polarimètre. Mais il est plus intéressant de tenir compte de sa valeur donnée par la littérature qui sera bien plus précise car il s'agit d'expérience de simple diffusion sur cible polarisée. Pour cela, nous incluons à la fonction de vraisemblance un facteur :

$$\exp\left\{-\frac{(P_o - P_o)^2}{2^{\,2}}\right\} \qquad (27)$$

où P_o et σ sont les valeurs expérimentales et les erreurs de la polarisation qui ont été déjà mesurées (notons que pour la diffusion π - P 16 GeV/c où nous n'avons pas de valeurs, nous avons pris celle de la référence [28] à 14 GeV/c).

De plus, nous tenons compte de la relation qui lie A, R et P de la façon suivante :

$$A = \pm \sqrt{1 - R^2 - P_o^2} \qquad (28)$$

Il y a deux solutions qui ont été toutes deux testées, mais en définitive nous avons partout conservé le signe positif pour trois raisons :

1), Nous savons que vers l'avant (t = 0) A = +1. Comme les sections efficaces élastiques $\pi \pm$ P ne présentent pas de minimum vers l'avant, A doit rester positif. En effet une modification de signe supposerait que l'amplitude de retournement de spin g (g (s, t = 0) = 0) deviendrait dominant dans notre domaine de transfert, ce qui serait difficilement compatible avec l'absence de structure dans la section efficace différentielle.

2), Nous avons fait une mesure directe de A en π^- à 6 GeV/c, qui nous donne bien $A \simeq +1$ dans ce cas particulier.

3), Dans la mesure de R, nous verrons que nous mesurons une petite composante de A. Malgré la faible sensibilité de l'expérience pour ce paramètre, la fonction de vraisemblance a toujours un maximum un peu plus élevé dans le cas A > 0 que dans l'autre cas, ce qui confirme bien que cette solution est plus probable que l'autre. (Voir les résultats numériques dans le chapitre suivant).

En définitive, nous avons trois paramètres libres, R, P_o et $\vec{\omega}$ (deux si nous fixons la polarisation du fond et même un seul si nous fixons P_o). Notons que si P_o entraîne une asymétrie gauche-droite alors R entraîne une asymétrie haut-bas c'est-à-dire dans une direction perpendiculaire (figure 11B), par conséquent sa valeur n'influe sur celle de cette dernière que par le biais de la relation (19) pour la détermination de A, c'est-à-dire est pratiquement sans influence.

Dans le programme que nous utilisons effectivement pour chercher le maximum de la fonction de vraisemblance, nous cherchons en fait le minimum de la fonction S :

$$S = - \text{Log } F = - \sum_j \text{Log } F_j \qquad (29)$$

$$\text{En ce point : } \frac{dS}{dx_i} = - \sum_j \frac{1}{F_j} \frac{dF_j}{dx_i} = 0 \qquad \forall_i \qquad (30)$$

Nous procédons par itérations successives. Nous partons d'une série de valeurs x_o des paramètres et nous calculons un pas $\vec{\Delta x}$ pour l'itération suivante.

Développons la fonction S au deuxième ordre autour du minimum S_o supposé connu :

$$S = S_o + \vec{G}_o \vec{\Delta x} + \vec{\Delta x} \cdot (Z_{ik})_o \cdot \vec{\Delta x} \qquad (31)$$

avec : $\vec{G} = (\frac{dS}{dx_i})$ (vecteur qui décroît à chaque itération)

et $\vec{G}_o = 0$ (au minimum de la fonction)

$$Z_{ik} = \frac{d^2 S}{dx_i \, dx_k} \quad \text{(matrice symétrique)}$$

Dérivons S par rapport à $\vec{x}$. Puisque la dérivée de $\vec{S}_o$ est nulle, nous avons :

$$\frac{d\vec{S}}{d\vec{x}} = \vec{G} = 0 + 0 + (Z_{ik}) \vec{\Delta x} \qquad (32)$$

et le pas nécessaire pour passer du point courant au minimum sera donc :

$$\vec{\Delta x} = + (Z_{ik})_o^{-1} \vec{G} \qquad (33)$$

Dans notre cas particulier, nous pouvons expliciter G et Z :

$$(Z_{ik})_o = + \sum_j \left(\frac{dF_j}{dx_i} \cdot \frac{1}{F_j^2} \cdot \frac{dF_j}{dx_k} - \frac{1}{F_j} \cdot \frac{d^2 F}{dx_i \, dx_k} \right)_o \qquad (34)$$

Mais au minimum de la fonction d'après la relation (21) :

$$\sum_j \frac{1}{F_j} \frac{d^2 F_j}{dx_i \, dx_k} = \simeq \int \frac{d^2 F}{dx_j \, dx_k} = 0 \qquad (35)$$

et il ne reste que le premier terme dans l'expression de Z.

Plaçons-nous maintenant dans le cas réel, c'est-à-dire que nous ne connaissons pas la valeur vraie de x correspondant à ce minimum, mais seulement une valeur approchée x^*. Nous supposerons, cependant, que l'égalité ci-dessus reste approximativement vraie même en dehors du minimum. A chaque itération nous calculons la matrice Z' voisine de la matrice Z_o, tel que :

$$Z'_{ij} = \sum_j \frac{dF_j}{dx_i} \frac{1}{F_j^2} \frac{dF_j}{dx_k} \qquad (36)$$

et nous calculons un pas :

$$\overrightarrow{\Delta x} = (Z'_{ik})^{-1} \overrightarrow{G} \qquad (37)$$

On peut démontrer que dans ce cas les itérations convergent bien vers le minimum de la fonction.

Lorsque nous sommes près du résultat, nous pouvons en déduire une matrice d'erreur approchée :

$$H = N \, (Z_{ik})^{-1}$$

dont les éléments diagonaux donnent une valeur (approximative) du carré de l'erreur statistique sur chaque paramètre. Nous supposons que nous avons atteint le minimum lorsque les pas que nous calculons pour effectuer l'itération suivante vérifient l'inégalité suivante :

$$\left(\frac{\text{Pas à effectuer}}{\text{Erreur statistique}}\right)_i = \frac{\Delta x_i}{H_{ii}} < 0{,}01 \qquad \forall_i$$

et la dernière valeur utilisée x_i est le résultat numérique que nous donnons avec son erreur égale à H_{ii}.

Pour obtenir ultérieurement l'erreur sur une fonction quelconque F dépendant de ces paramètres, nous utiliserons la formule approchée suivante :

$$F = \left[\left(\frac{dF}{d\vec{x}}\right)^{f} Z \left(\frac{dF}{dx}\right) \right]^{-1/2}$$

$$= \left(\sum_{ij} \frac{dF}{dx_i} Z_{ij} \frac{dF}{dx_j} \right)^{-1/2} \qquad (38)$$

Pour plus de détails sur cette méthode de calcul, voir les références [29] et [30].

Chapitre IV

RESULTATS EXPERIMENTAUX.

Avant de donner nos résultats, nous rappelerons les quantités effectivement mesurées avec notre appareillage. En outre, nous expliquerons la méthode que nous allons utiliser pour présenter ces résultats, et qui consiste à remplacer les "points expérimentaux" habituels par une fonction continue $R = F(t)$.

Quantités mesurées.

Nous avons défini au chapitre I deux orientations particulières de la polarisation de la cible qui nous permettent de mesurer respectivement A et R. En réalité, nous n'avons jamais exactement travaillé dans l'un ou l'autre de ces cas, et de plus, puisque le spin subit une précession dans le champ magnétique, il y a un nouveau mélange des configurations (figure 11).

Dans le cas de la "mesure de A" la polarisation de la cible fait un angle de 18° par rapport au faisceau. En effet, les protons sont émis en moyenne à 72° et doivent passer dans l'espace entre les bobines. Les composantes de la polarisation finale contenues dans le plan perpendiculaire à l'impulsion du proton au niveau de la seconde diffusion ont pour valeurs moyennes, pour l'ensemble des événements :

$$0{,}92\ P_o + P_i\ (-\ 0{,}13\ A + 0{,}39\ R) \quad \begin{cases} \text{parallèle à la composante} \\ P_o". \end{cases}$$

$$P_i\ (+\ 0{,}95\ A + 0{,}31\ R) \quad \begin{cases} \text{perpendiculaire à cette} \\ \text{composante.} \end{cases}$$

où P_i représente la polarisation de la cible et $P_o"$ la direction de la transformée d'une polarisation normale au plan de diffusion.

Dans la "mesure de R" la polarisation initiale fait un angle de 87° avec le faisceau pour que le passage des mésons diffusés à grand angle ne soit pas obstrué par les bobines. Dans les mêmes conditions que précédemment, nous avons pour les composantes analysées :

$$0{,}992\ P_o + P_i\ (-\ 0{,}11\ A - 0{,}07\ R) \text{ parallèle à } P_o"$$

$$+\ P_i\ (-\ 0{,}06\ A + 0{,}99\ R) \text{ perpendiculaire à } P_o".$$

Nous voyons donc que dans chaque expérience nous pouvons déterminer deux combinaisons linéaires particulières des trois paramètres P_o, R et A (par exemple, en regardant l'asymétrie Haut-Bas et l'asymétrie Droite-Gauche). Si nous travaillons successivement avec deux valeurs distinctes de la polarisation cible (par exemple $+\left|P_i\right|$ et $-\left|P_i\right|$), nous pouvons mesurer indépendamment les trois paramètres. Ceci est d'autant plus vrai dans la "mesure de A" où chaque paramètre contribue d'une façon non négligeable au résultat final. En pratique, nous avons toujours tenu compte de la relation $P^2 + R^2 + A^2 = 1$. Nous avons préféré mesurer R qui nous donne une meilleure précision sur chaque paramètre lorsque $|A| \simeq 1$ et donc que R et P_o sont petits en module ; et ce cas correspond bien à la situation dans notre domaine de transfert.

Asymétrie obtenue.

Nous pouvons estimer l'ordre de grandeur de l'effet que nous observons. Pour cela, construisons l'histogramme suivant. Nous considérons un lot d'événements correspondant à un intervalle de transfert donné, et nous portons en abscisse l'angle de diffusion azimutal φ de la diffusion proton carbone. Nous portons en ordonnée le rapport

$$\frac{n_+ - n_-}{n_+ + n_-}$$

qui donne la différence normalisée des nombres d'événements obtenus dans un intervalle $\Delta\varphi$ donné, avec une cible polarisée positivement et négativement. Nous obtenons la figure 12A. La variation par rapport à l'axe des abscisses est grossièrement une sinusoïde qui nous montre l'effet du renversement de la polarisation de la cible par l'intermédiaire du vecteur V défini dans la relation III - 15 (donc l'influence

de R et de A). La courbe tracée représente la distribution attendue en prenant comme valeurs des paramètres celles obtenues par le maximum de vraisemblance dans l'analyse finale. La figure 12B montre la variation du coefficient η.

Bilan.

Dans le tableau suivant nous faisons un bilan sommaire de l'ensemble des événements. Dans la première colonne nous donnons - pour chaque expérience - le nombre d'événements enregistrés sur bande magnétique d'une part avec la cible polarisée, d'autre part avec la cible fantôme (pour l'étude du fond). Dans la dernière colonne se trouvent tous les événements effectivement utilisés dans l'analyse finale. Ils ont satisfait tous les critères exigés, à savoir :

- Rediffuser dans le carbone (avec l'angle θ_2)
- $4{,}3° < \theta_2 < 30°$
- $4° < \theta^* < 17°$ $\qquad \theta^* = \theta_2 \sqrt{\frac{E}{180}}$ MeV
- 70 MeV $< E_p$ (Energie du proton au deuxième vertex)
- $0{,}18 - 0{,}6\ t > \alpha$ (probabilité de fond). Nous avons choisi de cette forme particulière de la coupure sur le fond pour tenir compte de la probabilité d'avoir un mauvais événement qui augmente avec le transfert.

BILAN GENERAL

Type de l'expérience		Impulsion incidente (GeV/c)	Cible	Nombre d'événements enregistrés	Nombre d'événements sélectionnés
A	π^-	6,00	Polarisée Fantôme	434 10^3	6 036
	π^-	5,88	Polarisée Fantôme	960 - 135 -	17 405
		15,62	Polarisée Fantôme	980 - 45 -	18 285
	π^+	6,01	Polarisée Fantôme	1540 - 60 -	27 225

Méthode de présentation des données.

Dans la méthode usuelle de présentation des résultats expérimentaux nous faisons une partition du domaine de transfert couvert par l'expérience et dans chaque intervalle élémentaire nous regroupons tous les événements au centre (ou en un point quelconque de l'intervalle) comme s'ils avaient tous les mêmes valeurs des variables cinématiques et par conséquent les mêmes valeurs des paramètres cherchés.

Dans notre publication [31] c'est cette méthode qui a été utilisée et les valeurs des paramètres de rotation de spin sont donnés dans les tableaux II et III.

Toutefois nous pouvons faire différentes critiques de cette méthode. D'abord le nombre et la disposition des intervalles sont, a priori, tout-à-fait arbitraires, et, d'autre part, chaque "Point" est traité comme si l'incertitude sur la variable était égale à la largeur de l'intervalle considéré. Il y a une perte d'informations puisque l'on ne tient pas compte de la vraie valeur de l'angle de diffusion de chaque événement. La perte est d'autant plus grande que l'erreur instrumentale (sur la variable) est petite devant la largeur de l'intervalle choisi.

Dans notre cas particulier nous avons une erreur expérimentale de :

$$\Delta(-t) \simeq 0{,}007\ (\mathrm{GeV/c})^2 \quad \text{pour} \quad t \simeq -0{,}2$$
$$\simeq 0{,}013\ (\mathrm{GeV/c})^2 \quad \text{pour} \quad t \simeq -0{,}5$$

ce qui exigerait près de 40 points expérimentaux pour ne pas perdre notablement d'informations sur la dépendance en t des paramètres cherchés. Avec le faible nombre total d'événements dont nous disposons, nous arriverions à une absurdité où chaque point aurait une erreur statistique de l'ordre de grandeur du domaine physiquement permis $[-1, +1]$.

C'est pourquoi nous présenterons également nos résultats suivant une deuxième méthode que nous allons résumé ici et qui est exposé en détail dans la référence [32]. Nous donnerons directement le paramètre recherché en fonction de t sous la forme d'une courbe avec son couloir d'erreurs. En quelque sorte, nous traitons de manière entièrement symétrique et la variable (t) et le paramètre cherché (R). Au lieu

de subdiviser le domaine et de calculer dans chaque subdivision la valeur de R supposée constante, nous appliquerons une seule fois la méthode du maximum de vraisemblance pour l'ensemble des événements en supposant que :

$$R = f_n (a_i, t)$$

où f_n est une fonction connue de t avec n coefficients a_i à déterminer.

Pour choisir la fonction f_n sans créer de biais nous pouvons, soit nous laisser guider par des considérations théoriques, soit - et cela est préférable -considérer un ensemble infini de fonctions à partir desquelles nous pouvons décrire n'importe quelle fonction continue (ou ayant un nombre fini de discontinuité) donnée d'avance : par exemple, l'ensemble des polynomes en t. Nous retiendrons les n premiers termes. Pour connaître ce nombre nous faisons une analyse préliminaire "par Points". Ensuite, nous faisons une série d'analyses "par Courbes" en augmentant chaque fois le nombre de coefficients d'une unité. Au-delà d'un certain nombre de coefficients, la valeur du maximum de vraisemblance ne croît plus. Il suffit de retenir ce nombre qui représente, avec le lot d'événements dont nous disposons, le nombre de coefficients minimum nécessaire pour une bonne représentation du résultat, et ce sera celui-là que nous conserverons.

La valeur du paramètre cherché sera ainsi définie dans tout le domaine de transfert, mais il n'aura de signification que dans le domaine angulaire effectivement couvert par l'expérience. Cette caractéristique se retrouve dans le couloir d'erreurs qui reste pratiquement indépendant du nombre de coefficients à l'intérieur de ce domaine (et pas trop près des bords), mais qui perd toute signification à l'extérieur. On constate notamment qu'il continue à s'élargir de plus en plus si l'on fait croître le nombre de termes. Nous donnons également la matrice d'erreur (Z_{ij}) qui permet de calculer l'erreur sur un paramètre quelconque fonction des coefficients trouvés :

$$\Delta R(t) = \left(\sum_i \sum_j \frac{\delta R}{\delta a_i} \; Z_{ij} \frac{\delta R}{\delta a_j} \right)^2$$

Nous n'avons, jusqu'ici, considéré qu'une seule variable, mais le problème reste exactement le même lorsqu'il y en a plusieurs

que l'on détermine simultanément. Dans notre cas particulier nous avons : P_o, R et $|\vec{\omega}|$ qui seront chacun des fonctions du quadrimoment transféré. En réalité, pour des raisons de commodité et de temps de calcul sur ordinateur, nous analyserons nos résultats en deux temps. D'abord, nous resterons dans la méthode traditionnelle "par Points" et nous ferons certains tests de consistance interne de nos résultats. Ensuite, nous montrerons que le résultat de R n'est pas affecté lorsque l'on fixe $\vec{\omega} = \vec{P}_o$ = valeurs tirées des expériences antérieures. Enfin, nous achèverons notre analyse avec des fonctions R(t) (R seul étant variable) et donnerons les résultats finals.

Nous traitons en parallèle les trois réactions que nous avons étudiées : diffusion π^- P à 6 et 16 GeV/c et π^+ P à 6 GeV/c. Dans le premier cas les expériences A et R sont traitées séparément. En principe nous aurions pu mélanger tous les événements provenant de l'une et de l'autre mesure et ne faire qu'une seule recherche du maximum de vraisemblance pour l'ensemble. Toutefois, la "mesure de A" ayant été faite dans d'assez mauvaises conditions expérimentales, nous avons préféré la considérer à part, ne lui demandant essentiellement que de nous préciser le signe de A. Le tableau II donne le résultat de cette mesure qui nous confirme que A est positif et voisin de 1 en module.

Etude de la cohérence de nos mesures.

L'étude de la cohérence de nos mesures s'est faite de différentes façons.

D'abord nous avons isolé des lots distincts de l'ensemble des événements. Notamment nous avons analysé séparément les événements obtenus au cours d'une période donnée d'accélération. Les résultats ont toujours été compatibles entre eux. De plus, nous avons étudié la stabilité des résultats trouvés suivant les différentes coupures cinématiques que nous avons faites. Dans la référence [18] sont donnés des détails sur cette partie de l'analyse.

Nous pouvons, de plus, considérer séparément les événements "positifs" et les événements "négatifs" puisque - en principe - une seule de ces expériences est nécessaire pour mesurer les paramètres de rotation de spin. Dans le tableau IV et figure 13 nous donnons les résultats obtenus avec ces deux lots d'événements indépendants. Les résultats

sont compatibles dans leurs barres d'erreurs, mais on voit cependant un effet systématique dû à une anisotropie de détection dans le polarimètre, d'où la nécessité de grouper tous les événements (figure 13). Les valeurs de R obtenues avec les événements sur cible polarisée positivement sont généralement supérieures à celles obtenues avec les événements sur cible polarisée négativement.

D'autre part, puisque nous pouvons mesurer P_o avec notre appareillage, il est intéressant de comparer le résultat que nous obtenons avec les valeurs plus précises obtenues dans les expériences de simple diffusion. Pour cela nous supprimons de la fonction de vraisemblance le terme :

$$\exp\left\{ - \frac{(P'_o - P_o)^2}{2\sigma^2} \right\} \qquad \text{(voir chapitre III - 27)}$$

et faisons une recherche du maximum. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau III et sur la figure 14 où sont également donnés les points obtenus par la référence [28].

En traits tiretés nous avons les résultats lorsque l'on utilise la fonction de vraisemblance complète, c'est-à-dire lorsque l'on utilise la fonction d'efficacité de chambre η. Mais dans ce cas nous savons que pour déterminer η nous avons supposé connu P_o. Par conséquent, ce résultat est un test de cohérence interne de nos formules mais non une mesure réelle de P_o. Ceci n'est pas le cas si nous faisons $\eta \equiv 1$ (en traits pleins sur la figure).

Nous donnons également la valeur de la polarisation du fond que nous obtenons. Son erreur est très grande mais parfaitement compatible avec $\vec{\omega} = \vec{P}_o$.

Enfin, pour simplifier l'analyse qui se fera, à partir de maintenant, par des fonctions et non plus par des "points expérimentaux", nous montrons que le fait de fixer arbitrairement $\vec{\omega} = \vec{P}_o$ à la valeur de la polarisation mesurée dans la référence [28] ne modifie pas le résultat obtenu pour R. Pour cela, nous avons lissé des résultats de la littérature par une courbe pour pouvoir assigner à chaque événement une polarisation unique.

Cette méthode de présentation des résultats est particulièrement bien adaptée lorsqu'il s'agit d'étudier la validité d'une hypothèse générale concernant tous les événements dans leur ensemble. En effet, si nous avons un nombre infini d'événements, la valeur numérique du maximum de vraisemblance est d'autant plus élevée que l'hypothèse émise est plus vraisemblable. Nous supposerons que cette propriété reste vraie lorsque nous avons un nombre fini d'événements. Nous utiliserons cette caractéristique pour comparer les deux méthodes que nous avons utilisées pour calculer le fond, et les deux procédés de calcul du pouvoir analyseur. De plus, nous analyserons les deux solutions différentes que nous obtenons en supposant respectivement A positif et A négatif. Nous donnerons la vraisemblance par événement obtenu dans chaque cas. A cause de la forme de la fonction de vraisemblance utilisée, il s'agit d'un nombre voisin de l'unité et qui devrait être strictement supérieur à un si la fonction d'efficacité de chambre $\eta(\varphi)$ était une constante (voir figure 12 B).

Le tableau suivant résume les résultats obtenus. Nous appelerons fond n° 1 le fond calculé suivant la méthode exposée dans le chapitre III (voir la relation III - 12), et fond n° 2 le fond calculé à partir des lois de l'absorption nucléaire. L'hypothèse numéro un sur le pouvoir analyseur correspond à la relation III - 10, l'autre à la relation III - 11.

L'étude est faite avec des fonctions de la forme d'une somme de polynomes de Legendre en cos θ_p.

Réactions	Fond	Pouvoir Analyseur	A	Max. Vrais/Evt	Valeur pour t = - 0,3
π^- 6	1	1	> 0	0,968 592	- 0,295 ± 0,070
	1	2	> 0	0,968 599	- 0,290 ± 0,070
	2	2	> 0	0,968 402	- 0,230 ± 0,063
	1	2	< 0	0,968 434	- 0,418 ± 0,067
π^- 16	1	1	> 0	1,049 467	- 0,207 ± 0,062
	1	2	> 0	1,049 560	- 0,202 ± 0,067
	2	2	> 0	1,049 553	- 0,192 ± 0,065
	1	2	< 0	1,048 948	- 0,343 ± 0,061
π^+ 6	1	1	> 0	1,087 386	- 0,077 ± 0,058
	1	2	> 0	1,087 597	- 0,076 ± 0,057
	2	2	> 0	1,087 554	- 0,062 ± 0,049
	1	2	< 0	1,087 060	- 0,214 ± 0,054

Nous voyons que le meilleur résultat est obtenu en considérant le fond calculé (n° 1) et le pouvoir analyseur (n° 2) bien que les résultats soient toujours très proches les uns des autres dans tout le domaine étudié (nous n'avons donné à titre indicatif que la valeur pour $t = - 0,3$ $(GeV/c)^2$). En outre, nous voyons nettement que l'hypothèse $A > 0$ est partout plus vraisemblable que l'hypothèse $A < 0$. Remarquons que dans ce cas la valeur de R varie beaucoup suivant le signe du paramètre A : R change d'une valeur quasi constante pour les trois réactions étudiées et pour tout le domaine de transfert : - 0,14.

Résultats finals.

Nous avons étudié la variation de R en imposant différentes formes de courbes et différents nombres de paramètres. Comme familles de fonctions de base nous avons utilisé :

- les polynomes en t,
- les polynomes de Legendre en cos θ_p,
- les polynomes t multipliés par $\sqrt{-t}$.

Ce dernier choix de courbes impose de passer par l'origine $R\ (t = 0) = 0$ comme le veut la théorie, ce qui n'est pas le cas des deux autres. Mais notons que cette paramétrisation impose une forme particulière de R autour de l'origine et que par conséquent nous ne pouvons pas décrire n'importe quelle courbe avec ce type de fonctions, ce qui est incorrect dans la méthode que nous utilisons pour décrire un résultat quelconque. En fait, si nous utilisons, pour calculer le paramètre de rotation de spin R, les amplitudes invariantes A et B qui n'ont pas de singularité cinématique à l'origine, nous obtenons une dépendance en $\sin \frac{\theta}{2}$ (donc en $\sqrt{-t}$) pour cette observable.

Dans le tableau V nous donnons les différentes valeurs des coefficients obtenus en fonction de leur nombre total et des types de fonctions de base utilisées. Notons que ces fonctions ne sont par orthogonales sur le domaine de transfert étudié et par conséquent les valeurs des coefficients sont très différentes lorsque l'on modifie leur nombre. Nous donnons également la valeur du maximum de vraisemblance obtenu dans chaque cas. Nous nous limitons ici à quatre paramètres au maximum pour décrire R. Ceci est en accord avec l'analyse préliminaire

que nous avons faite et qui ne voit pas de structure importante dans le paramètre R. Et de plus, la variation de la vraisemblance maximum obtenue dans chaque cas varie peu lorsque le nombre de paramètres est supérieur à 2.

Dans le tableau VI nous calculons R et son erreur à partir de ces coefficients pour différentes valeurs du transfert. Nous remarquons que les différentes valeurs du transfert. Nous remarquons que les différentes valeurs de R ainsi calculées sont toutes compatibles entre elles (dans notre domaine d'expérience), ce qui justifie a posteriori d'utiliser des fonctions du type $\sqrt{-t}$ x Polynome (t). C'est avec cette forme de courbe que nous donnerons les résultats finals en prenant trois coefficients.

Les fonctions R(t) que nous considérons sont :

en π^-P à 6 GeV/c $\sqrt{-t}$ $(- 0,730 - 0,812\ t - 0,400\ t^2)$

en π^-P à 16 GeV/c $\sqrt{-t}$ $(- 0,414 - 0,167\ t - 0,134\ t^2)$

en π^+P à 6 GeV/c $\sqrt{-t}$ $(- 0,146 + 0,060\ t + 0,487\ t^2)$

Dans le tableau suivant nous donnons les valeurs de R (et leurs erreurs) en fonction du transfert, et les matrices d'erreurs : (figure 15)

-t	π^- P 6 GeV/c R	π^- P 16 GeV/c R	π^+ P 6 GeV/c R
0,15	- 0,239 ± 0,243	- 0,152 ± 0,223	- 0,056 ± 0,188
0,20	- 0,261 ± 0,168	- 0,173 ± 0,154	- 0,062 ± 0,130
0,25	- 0,276 ± 0,108	- 0,190 ± 0,093	- 0,065 ± 0,078
0,30	- 0,286 ± 0,069	- 0,206 ± 0,063	- 0,066 ± 0,053
0,35	- 0,294 ± 0,072	- 0,220 ± 0,068	- 0,064 ± 0,057
0,40	- 0,297 ± 0,079	- 0,233 ± 0,073	- 0,058 ± 0,060
0,45	- 0,299 ± 0,087	- 0,244 ± 0,080	- 0,050 ± 0,068
0,50	- 0,300 ± 0,149	- 0,257 ± 0,137	- 0,038 ± 0,123
0,55	- 0,300 ± 0,286	- 0,270 ± 0,265	- 0,024 ± 0,237
0,60	- 0,300 ± 0,495	- 0,280 ± 0,458	- 0,006 ± 0,410
z_{11}	3,2	2,7	1,9
z_{21}	- 17,4	- 14,6	- 10,6
z_{22}	96,3	81,4	59,1
z_{31}	22,6	19,0	13,9
z_{32}	- 126,9	- 107,4	- 78,6
z_{33}	169,6	143,5	105,9

Chapitre V

DETERMINATION DES AMPLITUDES A 6 GeV/c.

Nous avons mesuré les paramètres de rotation de spin dans la diffusion π_p. En ajoutant ces résultats à l'ensemble des résultats obtenus sur les autres observables qui caractérisent cette diffusion, nous sommes en mesure de calculer à une phase près et séparément :

- les amplitudes à 6 GeV/c en π^+ et π^-
- les amplitudes à 16 GeV/c en π^-.

Nous avons, de plus, un certain nombre de données concernant la réaction d'échange de charge. Or, nous savons que les deux réactions élastiques et celle d'échange de charge ne sont pas indépendantes. Nous pouvons faire une décomposition des amplitudes en fonction des différents états d'isospin dans la voie directe (s) ou dans la voie croisée (t). Nous obtenons alors :

	Voie s		Voie t	
Etats d'isospin	1/2	3/2	0	1
$F_+ = F(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p)$		F'_3	F_o	$- F_1$
$F_- = F(\pi^- p \rightarrow \pi^- p)$	$2/3\ F'_1$	$+ 1/3\ F'_3$	F_o	$+ F_1$
$F_n = F(\pi^- p \rightarrow \pi^o n)$	$-\frac{\sqrt{2}}{3} F'_1$	$+ \frac{\sqrt{2}}{3} F'_3$		$-\sqrt{2}\ F_1$

ce qui nous donne la relation :

$$F_+ - F_- = \sqrt{2}\ F_n$$

relation qui reste vraie même si F représente l'un ou l'autre des deux états d'hélicité possible.

Nous pouvons donc faire un calcul global des amplitudes de diffusion en tenant compte de cette relation. Plus précisément, nous nous proposons de calculer les amplitudes de la voie croisée qui se prêtent mieux à une analyse ultérieure. Nous disposons des données suivantes :

A 6 GeV/c :

	$d\sigma/dt$	P_o	R	A
$\pi^+ p \longrightarrow \pi^+ p$	connu	connu	connu	——
$\pi^- p \longrightarrow \pi^- p$	connu	connu	connu	(connu)
$\pi^- p \longrightarrow \pi^o n$	connu	connu	——	——

et à 16 GeV/c :

$\pi^+ p \longrightarrow \pi^+ p$	connu	connu	——	——
$\pi^- p \longrightarrow \pi^- p$	connu	connu	connu	——
$\pi^- p \longrightarrow \pi^o n$	connu	——	——	——

La situation à 6 GeV/c est particulièrement favorable car nous disposons de 9 mesures indépendantes pour mesurer quatre amplitudes complexes définies à une phase prés : soit 7 paramètres réels. Pour effectuer ce calcul, nous allons, dans une première étape, faire abstraction de toutes considérations théoriques, et nous procéderons de la façon suivante : nous ferons d'abord un lissage des points expérimentaux pour représenter par une courbe et un couloir d'erreur le résultat de chacune des différentes mesures. Puis pour une série de valeurs discrètes du transfert nous prendrons les valeurs données par ces courbes et nous leur attribuerons une erreur statistique égale à la largeur du couloir d'erreur au transfert considéré. Enfin, par une optimisation globale nous recalculerons les amplitudes d'isospin 0 et 1 de la voie croisée, $p\bar{p} \longrightarrow \pi^+ \pi^-$.

LISSAGE DES MESURES UTILISEES.

L'ensemble des mesures utilisées a été extrait des références [33 et 34] qui sont des compilations expérimentales. Nous y avons ajouté quelques résultats plus récents sur les mesures de la polarisation dans l'échange de charge [35 à 38].

Les sections efficaces différentielles.

Nous supposons que pour les trois réactions les sections efficaces différentielles sont la somme d'exponentielles en t. Nous prenons toutes les données existantes entre 4 et 17 GeV/c et nous y ajoutons les valeurs calculées à t = 0 par HOHLER et STRAUSS [39]. La dépendance en énergie, introduite par HALZEN et MICHAEL [40], est de la forme :

$$c_1(t) + c_2(t)\, s^{\alpha(t) - 2}$$

avec : $\alpha(t) = a + bt + ct^2$

Notons que le résultat de cet ajustement donne la position du point d'égalité des sections efficaces différentielles $\pi^+ p$ et $\pi^- p$ (le "cross over") à $t = -0{,}11$ GeV/c)^2.

La polarisation.

Nous avons fait une optimisation sur les valeurs de polarisation dans les réactions élastiques données par BORGHINI [28] en utilisant des fonctions de la forme $\sqrt{-t}$ x Poly (t). Le degré du polynome est donné par le critère de minimisation du rapport :

$$\frac{\chi^2 \text{ (optimisation)}}{n \text{ (nbre paramètre)}}$$

(soit le degré 6 pour la réaction $\pi^+ p$, 7 pour la réaction $\pi^- p$).

Pour la réaction d'échange de charge nous avons agi de même avec les résultats de BONAMY [35 et 36] en regroupant ensemble les résultats à 5, 5.8 et 8 GeV/c.

La rotation de spin.

Pour la valeur du paramètre de rotation de spin R nous prenons directement les résultats que nous donnons dans le chapitre précédent. Nous n'utilisons pas les résultats de la mesure directe de A, mais nous tenons compte de la contrainte $A \simeq +1$.

RESULTATS DE L'OPTIMISATION.

Le domaine de transfert où nous avons un jeu complet de données est limité par la connaissance de R, c'est-à-dire entre -0,18 et -0,53 $(GeV/c)^2$. Nous étendrons toutefois notre analyse au domaine compris entre 0 et 0,8 $(GeV/c)^2$, car certaines des amplitudes sont peu sensibles à la valeur de R et seront donc bien définies en tout point de cet intervalle.

Nous supposons que l'amplitude F^o_{++} est purement imaginaire ce qui fixe arbitrairement la phase de toutes les amplitudes. Ce terme est également le plus grand de tous et sa connaissance est bien acquise par la mesure des sections efficaces différentielles. Sont également bien connues les parties réelles de F^o_{+-} et F^1_{+-} qui sont proportionnelles respectivement à la somme et à la différence des polarisations élastiques.

En tenant compte de cette dominance de l'amplitude F^o_{++}, nous pouvons relier les autres amplitudes aux observables par le tableau (approché) ci-dessous où chaque ligne suppose la connaissance des lignes précédentes. Les premiers termes sont les mieux connus, les derniers étant de plus en plus mal définis expérimentalement :

$$\text{Re } F^o_{++} \simeq 0 \qquad \text{par hypothèse}$$

$$a = \text{Im } F^o_{++} \simeq \left[\frac{c^{te}}{2} \left(\frac{d\sigma_+}{dt} + \frac{d\sigma_-}{dt} - 2\,\frac{d\sigma_o}{dt} - 2\,\frac{d\sigma_o}{dt} \right) \right]^{1/2}$$

$$\text{Re } F^1_{+-} \simeq (P_+ - P_-) \times \frac{a}{4}$$

$$\text{Re } F^o_{+-} \simeq -(P_+ + P_-) \times \frac{a}{4}$$

$$\text{Im } F^1_{++} \simeq -\,c^{te} \left(\frac{d\sigma_+}{dt} - \frac{d\sigma_-}{dt} \right) \times \frac{1}{4\,a}$$

$$\text{Im } F^{o}_{+-} \simeq -(R_{+} + R_{-} + 2\cos\theta) \times \frac{a}{4}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Im } F^{1}_{+-} \simeq (R_{+} - R_{-}) \times \frac{a}{4} \\ \text{Re } F^{1}_{++} \end{array}\right\} \text{ ou à partir de } \left(\frac{d\sigma}{dt} \text{ et } P_{o}\right)_{\text{échange de charge}}$$

Nous voyons que notre mesure de R donne essentiellement le terme $\text{Im } F^{o}_{+-}$ puisque tous les autres peuvent être (approximativement) déterminés à partir des données déjà existantes.

Nous normalisons les amplitudes de diffusion que nous allons utiliser de manière à obtenir (voir en annexe) :

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\,\pi\,s\,k^{2}} \left|F\right|^{2}$$

et les amplitudes seront exprimées en $\left[mB\right]^{1/2} \cdot \left[\frac{GeV}{c}\right]$.

Les résultats de l'optimisation sont donnés dans les tableaux VI et VII. Notons que la forme des fonctions choisies pour lisser les données expérimentales a une grande importance près de l'origine, et particulièrement la dépendance en $\sqrt{-t}$ utilisée tant pour la polarisation que pour le paramètre de rotation de spin R.

Les résultats de l'optimisation [41] sont en bon accord avec les prédictions de COHEN-TANNOUDJI et al [2] et BARGER [3] qui ne tiennent pas compte de nos mesures du paramètre R. HALZEN [40] qui a procédé d'une façon identique à la notre et qui a utilisé nos résultats expérimentaux, arrive aux mêmes conclusions. Elles confirment que l'amplitude de F^{o}_{++} est, comme nous le supposions précédemment, l'amplitude dominante dans la réaction élastique. Cette amplitude varie fortement en t avec une décroissance approximativement exponentielle :

$$\left|F^{o}_{++}\right| \alpha \exp\left((3.76 \pm 0.01)\ t\right)$$

L'amplitude de changement d'hélicité F^{o}_{+-} reste faible. Sa phase est voisine de - 90°, ce qui fait que son interférence avec l'amplitude directe, soit $\text{Im } F^{o}_{++}\ F^{o\,*}_{+-}$, est très faible. Par conséquent, sa contribution dans la polarisation de la réaction élastique sera négligeable.

Toutefois cette amplitude est nettement différente de 0, ce qui implique que l'hélicité ne soit pas totalement conservée dans l'état d'isospin 0. Si l'on regarde le rapport :

$$r = \frac{(F^{o}_{+-})}{F^{o}_{++} \sin \frac{\theta}{2}}$$

il peut être considéré comme une mesure de la violation de la conservation de l'hélicité dans cette réaction. Or nous trouvons :

$$r = 0{,}17 \pm 0{,}02$$

en moyenne dans le domaine de transfert : $0{,}1 < -t < 0{,}5$ ce qui indique une faible violation de la conservation de l'hélicité dans la voie s.

La situation dans le cas de l'isospin 1 montre que l'amplitude de changement d'hélicité devient très vite (pour $-t > 0{,}05$ par exemple) dominante par rapport à l'autre amplitude. Ceci explique la présence du maximum de la section efficace dans la réaction d'échange de charge à $t \simeq 0.05$ $(GeV/c)^2$. D'autre part, nous retrouvons bien le minimum qui apparaît vers $t = 0.6$ $(GeV/c)^2$ et qui est lié essentiellement à la variation du module de F^{1}_{+-}.

Chapitre VI

CALCUL DES AMPLITUDES EN FONCTION DE L'ENERGIE.

Dans le chapitre précédent nous nous sommes placés à une énergie donnée : 6 GeV/c. Il y a de nombreuses informations à d'autres énergies que nous n'avons pas utilisées. De plus, nous voudrions étendre notre domaine d'analyse à des transferts supérieurs. Enfin les sections efficaces totales fournissent d'autres renseignements que nous voudrions incorporer à nos calculs. C'est pourquoi nous avons essayé de déterminer les amplitudes non plus en fonction de t seulement et à énergie fixée, mais en fonction de s et de t.

Plutôt que de prendre des fonctions complètement arbitraires pour ajuster les amplitudes, nous avons introduit une paramétrisation en termes de pôles de Regge et de coupures, ce qui nous permet d'introduire ainsi des résultats bien connus à l'heure actuelle dans notre analyse et qui reproduisent bien les caractéristiques principales des sections efficaces et des polarisations.

Dans cette méthode de calcul, chaque couple d'amplitudes de même isospin est déterminé comme une somme d'amplitudes f_i. Pour chacune de ces fonctions, la dépendance en énergie pour un transfert donné est une exponentielle dans le cas de l'amplitude directe, et une exponentielle multipliée par $\sqrt{\frac{s}{s_o}}$ dans le cas de l'amplitude de changement d'hélicité. D'autre part, le coefficient de cette exponentielle détermine strictement la phase. Nous avons les deux relations suivantes :

$$f_{+i} = \left(\frac{s}{s_o}\right)^{\alpha_i(t)} \cos\frac{\theta}{2}\left[1 - \varepsilon \exp\left(-i\,\pi\alpha_i(t)\right)\right] \cdot g_{+i}(t)$$

$$f_{-i} = \left(\frac{s}{s_o}\right)^{\alpha_i(t)+1/2} \sin\frac{\theta}{2}\left[1 - \varepsilon \exp\left(-i\,\pi\alpha_i(t)\right)\right] \cdot g_{-i}(t)$$

Nous avons mis en évidence des coefficients cos $\frac{\theta}{2}$ et sin $\frac{\theta}{2}$ afin d'extraire de la fonction g toute singularité cinématique pour t = 0.

α_i, g_i et ε_i sont respectivement la trajectoire, le résidu et la signature du pôle "i" considéré

$$\varepsilon = (-1)^J$$

où J est le moment angulaire de la particule échangée. ε = +1 pour le pomeron et le P' et ε = -1 pour le ρ et le ρ'.

L'avantage de ce développement réside dans deux faits particuliers :

1), Il faut un nombre restreint (2 ou 3) de pôles pour pouvoir décrire à peu près correctement une amplitude.

2), Les fonctions $\alpha_i(t)$ sont des fonctions simples de t (nous supposerons toujours ici que ce sont des fonctions linéaires).

Nous prendrons dans notre analyse deux pôles pour décrire l'état d'isospin 0 : le pomeron et le P', et deux autres : le ρ et le ρ' pour décrire l'état d'isospin 1.

En fait, pour pouvoir mener à bien notre étude, nous avons dû rajouter un cinquième terme. Nous avons introduit une "coupure" ou terme d'interférence entre deux pôles (ici entre le pomeron et le ρ). Un terme de coupure présente une dépendance en s de même type que pour le pôle, mais la phase est modifiée par un terme (Log $(\frac{s}{s_o})$ - i $\frac{\pi}{2}$) dans le dénominateur. De plus, le coefficient α_o est lié aux trajectoires des pôles qui interfèrent.

Si nous avons $\alpha_i = a_i + b_i t$

$$\alpha_c = (a_1 + a_2 - 1) + \frac{b_1 \times b_2}{b_1 + b_2} \; t$$

Pour les résidus de tous les pôles nous avons essayé une forme standard :

$$(c + dt) \; e^{Rt}$$

La décroissance exponentielle des sections efficaces (et donc des amplitudes) est comprise dans le terme $(\frac{s}{s_o})^{\alpha(t)}$ puisque $\alpha = a + bt$;

cependant, l'exposant ne correspond pas toujours aux résultats expérimentaux, ce qui a exigé la présence du facteur e^{kt}.

En fait, certains de ces coefficients se sont avérés superflus et nous les avons donc exclus du résultat final. D'autre part, pour le pomeron nous avons été influencés par la forme particulière des sections efficaces élastiques et nous avons utilisé comme résidu de l'amplitude directe la somme de deux exponentielles.

Nous résumons ci-dessous les variables que nous avons en fait utilisées dans notre analyse. Pour simplifier les notations nous introduisons :

$$q_+ = q_+(\alpha) = \left(\frac{s}{s_o}\right)^{\alpha} \exp\left(-i\frac{\pi}{2}\alpha\right) \cos\frac{\theta}{2}$$

$$q_- = q_-(\alpha) = \left(\frac{s}{s_o}\right)^{\alpha} \exp\left(-i\frac{\pi}{2}\alpha\right) \sqrt{\frac{s}{s_o}} \sin\frac{\theta}{2}$$

Pomeron

$\alpha_P = 1 + a_3 t$

$F^o_{++} = q_+(\alpha_P) \times (a_1 e^{a_2 t} + a_4 e^{a_5 t})$

$F^o_{+-} = q_-(\alpha_P) \times a_6 e^{a_7 t}$

P'

$\alpha_{P'} = a_{26} + a_{27} t$

$F^o_{++} = q_+(\alpha_{P'}) \cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha_{P'}\right) \Gamma(1 - \alpha_{P'}) \times (a_8 + a_9 t)$

$F^o_{+-} = q_-(\alpha_{P'}) \cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha_{P'}\right) \Gamma(1 - \alpha_{P'}) \times (a_{10} + a_{11} t)$

ρ

$\alpha = a_{24} + a_{25} t$

$F^1_{++} = i\, q_+(\alpha\rho) \sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha\rho\right) \Gamma(1 - \alpha\rho) \times (a_{12} + a_{13} t)\, e^{a_{21} t}$

$F^1_{+-} = i\, q_-(\alpha\rho) \sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha\rho\right) \Gamma(1 - \alpha\rho) \times (a_{14} + a_{15} t)$

ρ'

$\alpha_{\rho'} = a_{16} t$

$F^{o}_{++} = 0$

$F^{o}_{+-} = i\, q_{-}(\alpha_{\rho'}) \times (a_{19} t)\, (e^{a_{20} t})$

Coupure

$$\alpha_c = a_{24} + \frac{a_3\, a_{25}}{a_3 + a_{25}}\, t$$

$$F^{1}_{++} = i\, \frac{q_{+}(\alpha_c)}{\cos \frac{\theta}{2} \left(\operatorname{Log} \frac{s}{s_o} - i \frac{\pi}{2}\right)} \qquad (a_{22} t)\, (e^{a_{23} t})$$

En tout 25 paramètres libres ont été utilisés. Nous avons introduit une fonction gamma dans les résidus du P' et du ρ en conformité avec la relation habituelle de phase - énergie pour chaque pôle correspondant à l'échange d'une particule réelle (le f_o ou le ρ) qui donne :

$$f = \left(\frac{s}{s_o}\right)^{\alpha} \frac{1 + \xi\, e^{-i\pi\alpha}}{\sin \pi\alpha}\; g(t)$$

Pour éviter des zéros au dénominateur (pour $\alpha = 0, -1, -2$), on y ajoute un facteur $\Gamma(\alpha)$ (qui est infini lorsque $\sin \pi\alpha = 0$) ; et en considérant la formule $\Gamma(\alpha)\,\Gamma(1 - \alpha) = \frac{\pi}{\sin \pi\alpha}$ nous remplaçons tout le dénominateur par $\Gamma(1 - \alpha)$*. Notons que cette fonction s'introduit naturellement dans le modèle de Veneziano ou les modèles avec dégénérescence d'échange.

Données utilisées.

Nous avons utilisé certaines des données existantes comprises entre 4,8 et 40 GeV/c et dans le domaine de transfert 0,05 à 2,0 $(\text{GeV/c})^2$ extraites des références [33] à [38].

---

* En pratique, nous avons remplacé la fonction $\Gamma(x)$ autour de la valeur 1,5 par la parabole :

$$\Gamma(x) \simeq 0{,}5\, (x - 1{,}6)^2 + 0{,}9$$

	Domaine d'énergie	Nombre de points		
		π^+	π^-	π^o
Sections efficaces totales	5 à 22 GeV/c	11	17	
	5 à 40			
(Re F/Im F) t = 0	10 à 14	3		
	8 à 25		16	
Sections efficaces différentielles	7 à 20	79		
	5 à 26		95	
	5 à 18			124
Polarisations	6 à 17 GeV/c	82		
	6 à 14 + 40 GeV/c		89	
	5 à 11 GeV/c			41
		175	207	165

soit 547 points plus nos résultats en R à 6 et 16 GeV/c.

Nous n'avons pas pris toutes les données existantes dans le domaine qui nous occupe et d'autre part le nombre de points ne donne pas une idée exacte de l'importance que prend chaque série de mesures. En effet, par exemple, les sections efficaces sont des mesures statistiquement beaucoup plus précises que les polarisations. Pour pallier cet effet nous n'avons pas cherché la solution qui donne le meilleur χ^2 global mais celle qui optimisait le mieux chacun des ensembles de données : les sections efficaces et les polarisations.

En effet, nous pourrions obtenir une excellente solution (du point de vue du χ^2) en sacrifiant totalement la polarisation dans l'échange de charge. Dans la pratique nous avons multiplié toutes les erreurs des données expérimentales de section efficace par un facteur 1.4 pour tenir compte des erreurs systématiques qui dans le cas de ces mesures ne peuvent pas être négligées devant les erreurs statistiques seules prises en compte dans les données.

RESULTATS.

Dans ces conditions notre meilleur résultat a été le suivant :

Pour le pomeron

$\alpha_P = 1 + (0,265 \pm 0,017)\ t$

$g_+ = -(24,9 \pm 0,6) \exp\left[(4,71 \pm 0,17)\ t\right] - (10,8 \pm 0,6) \exp\left[(1,05 \pm 0,08)\ t\right]$

$g_- = (14,8 \pm 2,5) \exp\left[(4,9 \pm 0,4)\ t\right]$

Pour le P'

$\alpha_{P'} = (0,50 \pm 0,04) + (1,08 \pm 0,16)\ t$

$g_+ = (5,2 \pm 1,3) + (4,3 \pm 2,3)\ t$

Pour le ρ

$\alpha_\rho = (0,523 \pm 0,018) + (0,926 \pm 0,055)\ t$

$g_+ = \left[(8,18 \pm 0,07) - (99,6 \pm 11,8)\ t\right] \exp\left[(7,3 \pm 0,8)\ t\right]$

$g_- = (38,2 \pm 0,5) + (21,9 \pm 1,8)\ t$

Pour le ρ'

$\alpha_{\rho'} = (1,03 \pm 0,15)\ t$

$g_+ \equiv$ (compatible avec zéro)

$g_- = (13,9 \pm 0,9)\ t \exp\left[(1,1 \pm 0,1)\ t\right]$

Pour la coupure

$\alpha_c = (0,523 \pm 0,02) + (0,21 \pm 0,02)\ t$

$g_+ = (186 \pm 21)\ t \exp\left[(8,5 \pm 0,5)\ t\right]$

$g_- \equiv 0$

Nous avons toujours supposé : $s_o \equiv 1\ (\mathrm{GeV/c})^2$.

Notons que certaines erreurs sont fortement corrélées. Par exemple dans le cas du pomeron les erreurs sur les coefficients des exponentielles a_1 et a_4, dont la somme est très bien définie par les sections efficaces totales et donne : ($a_1 + a_4 = 35{,}68 \pm 0{,}15$). Il en est de même en particulier entre l'erreur sur la pente de la trajectoire et l'exposant de l'exponentielle du résidu s'il y a.

Comparaison de notre optimisation avec les résultats expérimentaux.

Les figures 16 à 26 donnent la valeur des différents observables tirés de notre optimisation et comparés avec les résultats expérimentaux.

Les sections efficaces totales (figure 16) sont bien ajustées jusque vers 40 GeV/c . Au-delà notre courbe continue de décroître et par conséquent, est en contradiction avec la remontée observée à très haute énergie.

Les sections efficaces différentielles (figures 17 à 19) sont correctes. L'extrapolation à 55 GeV/c reste compatible avec les récentes mesures de NURUSHEV et al [43]. L'ajustement est particulièrement bon pour les bas transferts et la position du point d'égalité des sections efficaces élastiques π^+p et π^-p est à peu près constant en énergie et est voisin de $t = 0{,}2$ $(GeV/c)^2$.

Les mesures de polarisation dans les diffusions élastiques sont également en bon accord avec notre ajustement (figures 20, 21 et 22). La polarisation dans l'échange de charge (figure 26) présente un grand maximum autour de 0,55 GeV/c. Ce résultat est en bon accord avec les mesures de BONAMY [35] et [36], mais en contradiction avec celles plus récentes de HILL [38].

Comparaison avec les modèles théoriques.

Il existe de nombreux modèles phénoménologiques qui prédisent les valeurs des amplitudes dans la diffusion pion-nucléon. Ce sont tous des modèles d'échange de pôles de Regge, et dans la plupart de ces modèles des contraintes supplémentaires sont introduites pour tenir compte des données expérimentales à basse énergie : ce sont les règles de sommes à moments continus qui utilisent les analyses en déphasage existant en-dessous de 3 GeV/c. Les pôles échangés sont toujours le ρ

et le P' plus le pomeron qui n'est pas à proprement parler un pôle puisqu'il correspond au fond non résonnant dans la réaction croisée. En fait, pour ajuster correctement les résultats expérimentaux, il faut introduire des termes supplémentaires ; ce peut être des pôles non physiques (comme le ρ' et le P" dans le modèle de BARGER [33]) ou des coupures (échange de deux pôles successifs). On considère généralement des coupures d'absorption ou échange pomeron-Regge ou : R - P (modèle de RINGLAND et al [46] ou celui de DEREM [45] par exemple). Certains modèles considèrent également des coupures R-P-R (modèle de GIRARDI et al [44]).

Nous allons comparer nos résultats avec ceux obtenus par ces différents modèles (voir également [47] et [48]).

Dans le cas de l'isospin 0 la situation est assez claire.

Pour le pomeron, nous trouvons la pente de la trajectoire égale à 0,265 $\pm$ 0,017. Cette valeur est comparable à celle utilisée par GIRARDI et qui vaut 0,20. (Par contre, DEREM utilise une pente de 0,45). Elle est d'autre part à rapprocher de la valeur déduire par UEMATSU [49] des diffusions proton-proton à Serpoukhov et aux ISR ; cet auteur trouve une pente de 0,25 $\pm$ 0,02.

La règle empirique $A' = \sqrt{}B$ obtenue par BARGER à partir des analyses en déphasage à basse énergie est équivalente à la conservation de l'hélicité dans la voie directe. Or, nous retrouvons bien le résultat du chapitre précédent, à savoir une composante significative non nulle pour l'amplitude de changement d'hélicité, surtout vers l'avant. Le module du rapport des résidus dans le cas du pomeron vaut 0,41 pour t = 0 et décroît ensuite exponentiellement avec le transfert. Pour $|t| = 0,5$ on trouve encore 0,15 ; il devient inférieur à 3% pour $|t| > 1$ $(GeV/c)^2$. Pour le P', le rapport vaut 0,24 pour t = 0. Il décroît et s'annule vers $|t| = 1,1$ $(GeV/c)^2$.

Dans le cas de l'isospin 1, la situation expérimentale des mesures de polarisation dans l'échange de charge est suffisamment confuse pour permettre différents ajustements. Toutefois, toutes les théories actuelles prédisent un maximum de polarisation élevé à 6 GeV/c pour t voisin de - 0,55 $(GeV/c)^2$. Cette situation est liée à un zéro dans la partie imaginaire de l'amplitude F^1_{+-}. Nous retrouvons bien ce maximum dans notre ajustement. La variation de la polarisation en fonc-

tion de l'énergie présente des différences notables entre GIRARDI et BARGER. Le premier voit décroître rapidement le maximum de polarisation qui s'annule vers 12 GeV/c et s'inverse au-delà, alors que le second voit une décroissance beaucoup plus faible. Notre résultat est en contradiction avec ces deux prédictions puisqu'il ne voit aucune décroissance de ce maximum jusque vers 40 GeV/c.

Dans notre cas ce phénomène s'explique par le fait que l'influence du ρ s'annule dans cette région et entraîne une variation très rapide de la phase de l'amplitude de changement d'hélicité. Il y a un bref moment où celle-ci devient orthogonale à l'amplitude directe (due à la coupure), les modules étant à ce moment précis du même ordre de grandeur.

Dans la figure 27, nous donnons notre prédiction pour les valeurs de R et de A dans l'échange de charge. Il y a une variation très rapide de ces paramètres en fonction du transfert. Nous trouvons notre résultat compatible avec celui de BARGER jusque vers 0,55 $(GeV/c)^2$; au-delà nos solutions divergent fondamentalement. La valeur de R trouvée par BARGER devient voisine de -1, alors que la nôtre remonte rapidement pour se rapprocher de la solution de DEREM.

Les figures 28 à 32 donnent nos résultats pour les différentes amplitudes.

Calcul des masses des particules échangées.

A partir des trajectoires que nous avons déterminées, nous pouvons recalculer les masses des particules qui pourraient éventuellement les matérialiser.

Trajectoire du P'.

Pour I = 2 $m = (1180 \pm 90)_{MeV}$ et il existe $m_f = 1264 \pm 10$

I = 4 $m = (1800 \pm 140)_{MeV}$

Trajectoire du ρ.

Pour I = 1 $m = (720 \pm 30)_{MeV}$ et il existe le ρ: $M = 764 \pm 10$

I = 3 $m = (1650 \pm 55)_{MeV}$ et il existe le g: $M_g = 1680 \pm 20$

I = 5 $m = (2190 \pm 75)$

Décomposition des amplitudes.

On sait que l'invariance par rotation de la matrice de réaction permet de décomposer les amplitudes en une somme d'opérateurs irréductibles agissant chacun sur un sous-espace de moment cinétique donné [50]. Cette décomposition donne pour les deux états d'hélicité :

$$F_{++}(\theta,\varphi) = \sum_J (2J+1)\ a^J_{++}\ D^{J*}_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(\theta,\varphi)$$

$$F_{+-}(\theta,\varphi) = \sum_J (2J+1)\ a^J_{+-}\ D^{J*}_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(\theta,\varphi)$$

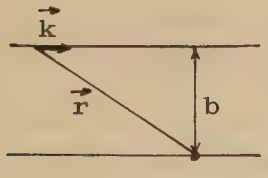
En partant de la définition des fonctions D et des relations de récurences sur les polynomes de Legendre, on peut calculer les coefficients "a" par les deux relations suivantes (avec $J = 1 + \frac{1}{2}$ et $x = \cos\theta$) :

$$a^J_{++} = \frac{1}{4}\int_{-1}^{+1} \frac{F_{++}(\theta,o)}{\cos\frac{\theta}{2}}\left(P_e(x) + P_{e+1}(x)\right) dx$$

$$a^J_{+-} = \frac{1}{4}\int_{-1}^{+1} \frac{F_{+-}(\theta,o)}{\sin\frac{\theta}{2}}\left(P_e(x) - P_{e+1}(x)\right) dx$$

Nous pouvons relier ces coefficients à des considérations géométriques classiques [51]:

En effet, le moment angulaire d'une particule ponctuelle située en r et d'impulsion k par rapport à un diffuseur placé à l'origine, donne :



$$J_c = \vec{k} \times \vec{r} = kb$$

Et en faisant l'identification semi-classique de J_c avec J, nous pouvons en déduire la forme du potentiel en fonction de la distance "b".

Nous reportons les résultats que nous avons obtenus à 6 GeV/c sur les figures 32 à 35. En fait, puisque J prend des valeurs discrètes (demi entières), les courbes représentent une série de points discrets.

Pour simplifier les figures nous avons relié manuellement ces points par une courbe qui représente pratiquement une distribution en paramètre d'impact.

Sur les figures 32 et 33 nous avons étudié séparément les contributions des différents facteurs que nous avons utilisés. Nous avons porté le module des coefficients a^J_{++} et a^J_{+-} (qui sont des nombres complexes) pour chaque pôle. Nous trouvons deux réseaux de courbes analogues. Dans le cas des amplitudes directes f_{++} nous nous trouvons dans le cas d'une diffusion par un potentiel central ayant une décroissance quasi exponentielle. Le potentiel qui engendre les amplitudes de changement d'hélicité est au contraire périphérique et centré vers 0,5 fermi. Dans le cas du ρ nous pouvons remarquer que pour les deux amplitudes f_{++} et f_{+-} nous avons un potentiel plus périphérique que pour les autres pôles.

Sur les figures 34 et 35 nous avons considéré les parties imaginaires et réelles des potentiels dans les deux états d'isospin possible 0 et 1. Dans l'état d'isospin 0 nous retrouvons ce que nous savions déjà, à savoir que cette amplitude est dominé par le pomeron. L'influence du P' ne se fait sensiblement remarquer que dans la partie réelle de F^o_{++}. En outre, le potentiel qui engendre F^o_{+-} reste très faible devant : Im F^o_{++}.

Dans l'état d'isospin 1, nous voyons l'influence de la coupure qui absorbe les basses ondes partielles de l'amplitude directe, principalement sur la partie imaginaire. Nous nous trouvons dans le cas d'une diffusion par un disque d'opacité pratiquement uniforme et de rayon voisin de 1 fermi. Ceci est en contradiction formelle avec l'hypothèse de HARARI [51] qui dit que la partie imaginaire d'une amplitude inélastique est toujours périphérique.

Le développement en ondes partielles de l'amplitude de changement d'hélicité est plus difficile à interpréter. On retrouve cependant pour la partie imaginaire un maximum de "a" pour $J \simeq 8\,\frac{1}{2}$ (soit b = 1 fermi). Si cette onde est seule, nous avons en utilisant le formalisme du paramètre d'impact :

$$F_{+-} \propto J_1 \left(b\sqrt{-t}\right)$$

ce qui entraîne le zéro bien connu pour $|t| \sim 0{,}6$ $(\mathrm{GeV/c})^2$.

CONCLUSION

Notre mesure des paramètres de rotation de spin dans les diffusions élastiques π-proton a permis de calculer directement les amplitudes sans faire aucune hypothèse sur leur comportement. En parallèle nous avons fait une autre étude de ces amplitudes par une méthode totalement différente en incluant notamment la relation de phase - énergie introduite par Regge. Ces deux méthodes sont en général en assez bon accord entre elles et sont également en assez bon accord avec les résultats obtenus par différents modèles. Toutefois, les différences sont suffisamment significatives pour que nous ne tentions pas de les expliquer.

Dans le cas de l'isospin 0, la dominance du pomeron clarifie beaucoup la situation. Par contre nous ne retrouvons pas la conservation de l'hélicité prédite par différentes théories. Nous trouvons une violation de cette loi de 17% qui est en très bon accord avec les tous derniers résultats obtenus dans la photoproduction du ρ [52] et qui donne un rapport de 15%. Cependant la partie imaginaire de F^{o}_{+-} est très mal définie et varie beaucoup suivant les deux ajustements auxquels nous avons procédés, en particulier pour $t \simeq -0{,}2 (GeV/C)^2$. Ceci est dû à une précision insuffisante du paramètre R. Pour être très contraignant il faudrait connaître ce paramètre avec une erreur trois ou quatre fois plus petite (ce qui équivaudrait à une statistique multipliée par dix ou quinze !), ce qui est actuellement impensable. Par ailleurs des mesures à plus grand transfert seraient les bienvenues.

Une autre façon d'étudier l'état d'isospin 0 est d'analyser d'autres réactions, par exemple les diffusions élastiques K - proton ou proton - proton. Différents auteurs ont fait cette analyse et nous pouvons voir que les variations de leurs amplitudes sont en très bon accord tant qualitatif que quantitatif [53] avec nos propres résultats.

L'état d'isospin 1 est dominé par l'échange du ρ. Celui-ci donne un bon ajustement pour la section efficace différentielle d'échange de charge ainsi que pour la différence des sections efficaces différentielles π^+p et π^-p. Toutefois la présence d'une polarisation non nulle oblige à introduire d'autres termes : échange d'un hypothétique ρ' ou une coupure ρ - P par exemple. Malheureusement les données existantes sur les mesures de polarisation sont très peu précises et même contradictoires pour $|t| \gtrsim 0{,}4$. De plus, elles sont assez rares et ne permettent pas d'avoir une idée exacte de la variation de cette polarisation avec l'énergie. Ceci explique les différences que l'on observe entre nos mesures des amplitudes et celles déduites des différents modèles existants. Elles ajustent toutes également bien les données existantes mais arrivent à des conclusions contradictoires, en particulier dans la polarisation à haute énergie.

Nous voyons que pour progresser dans ce type d'analyses en amplitudes, il faut avoir des résultats plus précis d'une part pour R et d'autre part pour la polarisation dans l'échange de charge. Il faudrait également considérer d'autres réactions telles la production du η, les diffusions élastiques $K^{\pm}p$; p - p, les réactions inélastiques, etc ...

Bien entendu, l'introduction de pôles supplémentaires (ω , A2, π ...) compliquerait l'analyse mais nous avons un lot très important d'informations expérimentales à notre disposition qui devrait nous permettre une meilleure connaissance des différentes contributions dans les matrices de diffusion de chacune de ces réactions, et une meilleure compréhension des mécanismes d'échange.

ANNEXE

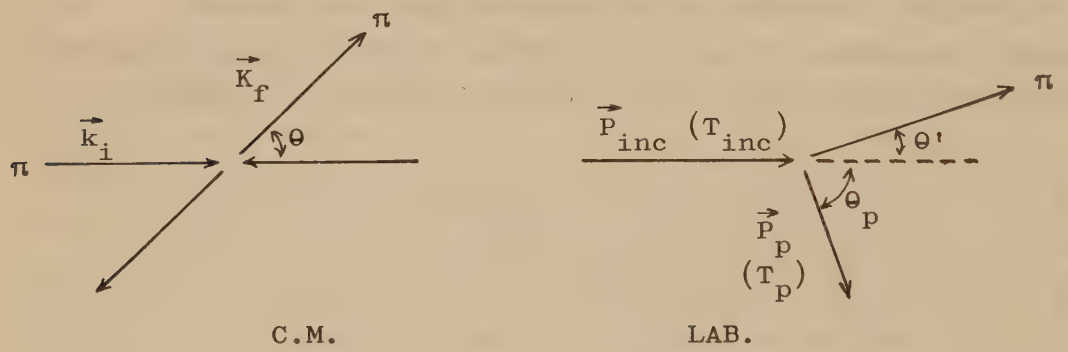
Rappel de quelques définitions cinématiques.

Nous allons définir les variables cinématiques que nous utilisons.

Nous sommes dans le cas de la diffusion élastique pion-proton :

$$\begin{array}{cccccc} \pi^- & + & P & & \pi^- & + & P \\ 1 & & 2 & \longrightarrow & 3 & & 4 \end{array}$$

que nous représentons schématiquement respectivement dans le système du centre de masse et celui du laboratoire :



C.M. LAB.

- $\vec{k}_i$ et $\vec{k}_f$ représentent les impulsions initiale et finale du pion dans le système du centre de masse.
- $\vec{P}_{inc}$ et $\vec{P}_p$ sont les mêmes variables dans le laboratoire (et $T_{inc} = -m + \sqrt{m^2 + P_{inc}^2}$ l'énergie de la particule incidente).
- Θ et φ les angles de diffusion et azimutal de la réaction.
- M et m sont les masses du proton et du pion.

- M et m sont les masses du proton et du pion.
- $\tilde{P}_j$ représente le quadrivecteur impulsion de la particule j :

$$\tilde{p}_1 = (E_1, \vec{k}_i) = (\sqrt{k_i^2 + m^2}, \vec{k}_i)$$

$$\tilde{p}_2 = (M, -\vec{k}_i)$$

$$\vec{n} = \frac{\vec{k}_i \times \vec{k}_f}{(\vec{k}_i \times \vec{k}_f)} = \text{normal au plan de diffusion}$$

Les trois invariants de Lorentz usuels (s, t, u) sont donnés par les relations :

s, l'énergie totale : $(\tilde{p}_1 + \tilde{p}_2)^2$

$$s = (M + m)^2 + 2\, m\, T_{inc} \qquad (1)$$

t, le carré du moment transféré : $(\tilde{p}_1 - \tilde{p}_3)^2$

$$t = -2\, M\, T_p = 2\, (\cos\theta - 1)\, k_i^2 \qquad (2)$$

u, le troisième invariant : $(\tilde{p}_1 - \tilde{p}_4)^2$

$$u = 2\, (M^2 + m^2) - t - s \qquad (3)$$

θ_p, l'angle de recul du proton dans le système du laboratoire est donné par la relation :

$$\cos\theta_p = \frac{T_{inc} + m + M}{P_{inc}} \sqrt{\frac{-t}{4\, M^2 - t}} \qquad (4)$$

Rappelons encore les deux relations simples suivantes :

$$k_i = P_{inc}\, \frac{M}{\sqrt{s}}$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi}{k_i^2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{C.M.}$$

Donnons quelques valeurs numériques :

$M = 0{,}93826$ GeV $\qquad\qquad$ $m = 0{,}13958$ GeV

Pour $P_{inc} = 6$ GeV/c, $\quad s = 12{,}16$ $(\text{GeV/c})^2$, $\quad k = 1{,}614$ GeV/c

$P_{inc} = 16$ GeV/c, $\quad s = 30{,}92$ $(\text{GeV/c})^2$, $\quad k = 2{,}700$ GeV/c

De plus, dans notre domaine de transfert ($t < 0{,}55$) la relation 2 peut se simplifier (à mieux que 2% pour $P_{inc} = 6$ GeV/c et que 1% pour $P_{inc} = 16$ GeV/c

$$t = \theta^2 \, k_i^{\,2}$$

DEFINITION DES AMPLITUDES.

Nous pouvons définir différents jeux d'amplitudes suivant le choix des axes de quantification.

Amplitudes invariantes.

Dans ce système nous définissons deux amplitudes A et B (fonction de s et de t) et la matrice de diffusion est donnée par :

$$T = A - i\,B\left(\sigma \cdot \frac{\tilde{p}_1 + \tilde{p}_3}{2}\right)$$

où σ représente les matrices de Dirac $= (\sigma_o, \vec{\sigma})$.

Ces amplitudes n'ont pas de singularité cinématique. En fait, on utilise plus commodément les variables A' et B introduites par SINGH [54] et définies de la façon suivante :

$$A' = A + \frac{M\,(s - u)}{4\,M^2 - t}\,B$$

Amplitudes f_1 et f_2.

Les amplitudes f_1 et f_2, que nous avons introduites dans le chapitre I et telles que :

$$T = f_1 + f_2 \quad (\vec{\sigma}.\vec{k}_i)\,(\vec{\sigma}.\vec{k}_f)$$

sont reliées aux amplitudes invariantes par les relations :

$$f_1 = \frac{(\sqrt{s} + M)^2 - m^2}{16 \pi s} \left[A + B (\sqrt{s} - m) \right]$$

$$f_2 = \frac{(\sqrt{s} - M)^2 - m^2}{16 \pi s} \left[- A + B (\sqrt{s} + m) \right]$$

Nous pouvons utiliser d'autres couples d'amplitudes avec lesquels les observables sont plus faciles à exprimer : c'est le cas notamment des amplitudes de Pauli et des amplitudes d'hélicité.

Amplitudes de Pauli.

L'axe de quantification est la normale au plan de diffusion. Les amplitudes de Pauli f et g sont telles qu'elles entraînent :

$$T = f + ig \vec{\sigma} \vec{n}$$

(où $\vec{\sigma}$ sont les matrices de Pauli).

On peut vérifier aisément que :

$$f = f_1 + f_2 \cos \theta$$

$$g = - f_2 \sin \theta$$

Amplitudes d'hélicité (dans la voie directe).

L'axe de quantification est l'impulsion du proton de recul dans le système du centre de masse de la réaction. Ces amplitudes sont notées par f_{++} et f_{+-}. Nous avons :

$$f_{++} = (f_1 + f_2) \cos \frac{\theta}{2}$$

$$f_{+-} = (f_2 - f_1) \sin \frac{\theta}{2}$$

Et nous avons de même entre ces amplitudes et les amplitudes de Dirac les relations suivantes :

$$f = f_{++} \cos \frac{\theta}{2} - f_{+-} \sin \frac{\theta}{2}$$

$$g = -f_{++} \sin \frac{\theta}{2} - f_{+-} \cos \frac{\theta}{2}$$

On voit que l'on passe des unes aux autres par une simple rotation $\frac{\theta}{2}$.

Amplitudes d'hélicité (dans la voie croisée).

Les amplitudes d'hélicité dans la voie croisée sont reliées à celles de la voie directe par les relations suivantes :

$$G_{++} = - i \, (\sin X \, F_{++} + \cos X \, F_{+-})$$

$$G_{+-} = \quad i \, (\cos X \, F_{++} - \sin X \, F_{+-})$$

avec : $\sin X = \frac{M}{k_i} \sqrt{\frac{4 k_i^2 + t}{4 M^2 - t}} \qquad \cos X = \frac{s + M^2 - m^2}{2 k_i \sqrt{s}} \sqrt{\frac{- t}{4 M^2 - t}}$

CALCUL DES OBSERVABLES.

Nous connaissons la relation qui lie la matrice densité de l'état final en fonction de la matrice qui caractérise l'état initial et de la matrice de réaction T :

$$\rho_f = T \, \rho_i \, T^t$$

Toute grandeur physique est caractérisée par un certain opérateur O. La valeur observable de cette grandeur est donnée par une équation de la forme :

$$< O > \text{tr } \rho_f = \text{tr } (\rho_f . O) = \text{tr } (O . \rho_f) = \text{tr } \left[O . (T \, \rho_i \, T^t) \right]$$

En appliquant cette formule, nous pouvons déterminer les relations qui lient les amplitudes aux différentes grandeurs physiques. Nous prenons les états de spin selon l'axe oz comme état de base. L'état initial dans ce cas vaut :

$$\rho_i = \frac{1}{2} \, (1 + \vec{\sigma} \, \vec{P}_i)$$

avec $\vec{P}_i$ = polarisation de la cible.

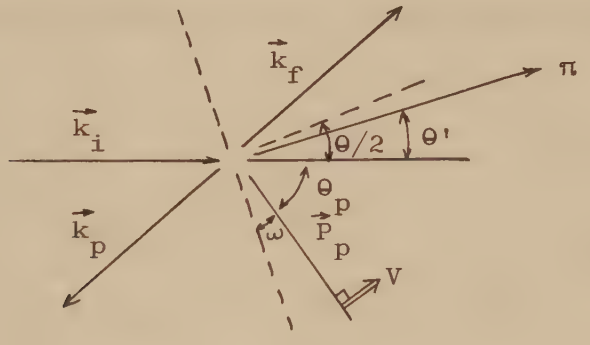
Nous appliquons la formule précédente successivement pour la section efficace différentielle ($O = 1$) et pour la polarisation dans l'état final $\vec{P}_f$ ($O = \vec{\sigma}$). Dans le cas des amplitudes de Pauli nous obtenons dans le système du centre de masse :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f|^2 + |g|^2 + 2\ \mathrm{Im}\ fg^*\ \vec{P}_i\ \vec{n}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \vec{P}_f = 2\left[|g|^2\ (\vec{P}_i \cdot \vec{n}) + \mathrm{Im}\ fg^*\right]\vec{n} + (|f|^2 - |g|^2)P_i + 2\ \mathrm{Re}\ fg^*(\vec{P}_i \times \vec{n})$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \vec{P}_f = a\ \vec{n} + b\ \vec{P}_i + c\ (\vec{P}_i \times \vec{n})$$

WOLFENSTEIN [7] a défini des paramètres A et R dans le système du laboratoire. Dans le plan de la réaction, A (resp. R) est la polarisation transverse du proton de recul lorsque la cible est polarisée à 100% longitudinalement (resp. transversalement) au faisceau (voir figure 1).



Pour relier ces paramètres aux amplitudes à partir des relations précédentes, il faut tenir compte de la rotation de Wigner qui introduit un changement d'orientation du spin lorsque l'on passe du système du centre de masse au système du laboratoire. En effet, le spin du proton est défini dans son propre système de centre de masse. Comme la matrice de réaction est définie dans le système du centre de masse de la réaction et que l'analyse se fait dans le système du laboratoire, il faut passer successivement (voir [55] et [56] :

C.M. proton $\longrightarrow$ C.M. réaction = transformation P

C.M. réaction $\longrightarrow$ Laboratoire = transformation A

Laboratoire $\longrightarrow$ C.M. proton = $(PA)^{-1}$

L'ensemble de ces transformations introduit l'angle de correction relativiste $2\omega = 2\,(\theta - \frac{\theta_p}{2})$ (le petit graphique ci-dessus donne les principaux angles et vecteurs utilisés).

$$\vec{P}_{f\ lab} = a\,\vec{n} + \vec{V} = a\,\vec{n} + b\cos\omega\,\vec{P}_i + c\sin\omega\,(\vec{P}_i \times \vec{n})$$

D'où nous tirons, en appliquant les définitions de A et de R et en polarisant la cible dans le plan de la réaction :

$$I = |f|^2 + |g|^2$$

$$IP = 2\,\mathrm{Im}\,fg^*$$

$$IA = (|f|^2 - |g|^2)\sin(\theta - \theta_p) - 2\,\mathrm{Re}\,fg^*\cos(\theta - \theta_p)$$

$$IR = (|f|^2 - |g|^2)\cos(\theta - \theta_p) + 2\,\mathrm{Re}\,fg^*\sin(\theta - \theta_p)$$

En fonction des amplitudes d'hélicité nous avons de même les relations suivantes :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_o = |f_{++}|^2 + |f_{+-}|^2$$

$$IP = -2\,\mathrm{Im}\,f_{++}\,f_{+-}^*$$

$$IA = (|f_{++}|^2 - |f_{+-}|^2)\sin\theta_p - 2\,\mathrm{Re}\,f_{++}\,f_{+-}^*\cos\theta_p$$

$$IR = -(|f_{++}|^2 - |f_{+-}|^2)\cos\theta_p - 2\,\mathrm{Re}\,f_{++}\,f_{+-}^*\sin\theta_p$$

Toutes ces amplitudes sont définies à un facteur constant près. Dans les chapitres V et VI nous utiliserons la normalisation usuelle suivante définie de façon telle que l'on ait :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\,\pi^2\,s}\,|F|^2$$

Dans ces conditions nous avons donc :

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\,\pi\,s\,k^2}\left[\left|F_{++}\right|^2 + \left|F_{+-}\right|^2\right]$$

et pour la section efficace totale :

$$\sigma_T = hc\,\frac{1}{2\,k\sqrt{s}}\,(\mathrm{Im}\,F_{++})_{t\,=\,0}$$

ce qui donne :

$$\sigma_T = 0.62398\,\frac{1}{2\,k\sqrt{s}}\,(\mathrm{Im}\,F_{++})_{t\,=\,0}$$

avec σ exprimé en millibarns, k et $\sqrt{s}$ en GeV/c, les amplitudes seront donc exprimées en $\left[\mathrm{mB}\right]^{1/2}$ x $\left[\mathrm{GeV/c}\right]$.

REFERENCES

[1] W. RARITA, R.S. RIDELL, G.B. CHIN, R.J.N. PHILLIPS, P.R. 165, 1615 (1968).

[2] G. COHEN-TANNOUDJI, A. MOREL, M. NAVELET, Nuovo Cimento 48 A, 1075 (1964), et Annals of Physics 46, 239 (1968).

[3] V. BARGER and R.J. PHILLIPS, Phys. Letters 26 B, 730 (1968) et Phys. Letters 31 B, 643 (1970).

[4] A. DELLA SELVA, L. MASPERI and R. ODORICO, Nuovo Cimento 55 A, 602 (1968).

[5] J.G. AZNAURIAN and L.D. SOLOVIEV, Phys. Letters 28 B, 597 (1969) et Preprint IHEP 71-15.

[6] A. DEREN, Note C.E.A. N-1456 (1971).

[7] L. WOLFENSTEIN, Phys. Rev. 96, 1654 (1954).

[8] P. AUTONES et al, Nucl. Inst. and Meth., 103, 211 (1972).

[9] A. ABRAGAM et M. BORGHINI, Compt. Rend. 248, 1803 (1959).

[10] A. ABRAGAM, The principles of nuclear magnesium, Oxford (1961).

[11] A. de LESQUEN, Thèse de 3ème cycle, Paris, (1967).

[12] H. DESPORTES, R. C.E.A. 2606 (1964).

[13] H. DESPORTES and B. TSAI, Proceedings of the International Symposium on magnet technology, Stanford, 509 (1965).

[14] P. AUTONES et al, International Seminar on filmless spark and streamer chambers, Dubna, (1969).

[15] A. BOUCHERIE et J.F. MOUGEL,
Etudes d'appareillages électroniques associés à des chambres à étincelles et à tores magnétiques,
Rapport C.E.A. DEG/SIN/2287 (1971).

[16] J.C. RAOUL,
Conférence Internationale sur l'électronique nucléaire,
Versailles, vol. III, 19 (1968)
et Thèse d'Université, Paris, (1972).

[17] J. MOVCHET,
Conférence Internationale sur l'électronique nucléaire,
Versailles, vol. III, 18 (1968).

[18] B. AMBLARD, Thèse de Doctorat, Paris, (1971).

[19] M. HANSROUL and A. de LESQUEN,
International seminar on filmless spark and streamer chambers,
Dubna, (1969).

[20] R. HABEDORN, Relativistic Kinematics, New York, (1964).

[21] . . PETERSON, UCRL 10622, (1963).

[22] O.N. JARVIS, B. ROSE and J.P. SCANLON,
Nucl. Phys., 77, 161 (1966).

[23] J. RENEVEY, Thèse de Doctorat, Genève, (1969).

[24] C. ROLLAND et al, Nucl. Phys., 80, 625 (1966).

[25] D.J. SEINBERG et al, Nucl. Phys., 56, 46 (1964).

[26] A. GAIDOT, Thèse de 3ème cycle, Paris, (1972).

[27] R. GIESE et al, Preprint Bonn Univ. PI. 1, 106 (1970).

[28] M. BORGHINI et al, Phys. Letters, 31 B, 405 (1970),
36 B, 493 (1971),
36 B, 497 (1971),
36 B, 501 (1971).

[29] S.N. SOKOLOV et I.N. SILIN, Preprint JNR, D 810 (1961).

[30] J. BYSTRICKY, F. LEHAR and I.N. SILIN,
Nuovo Cimento 1 A, 601 (1971).

[31] A. de LESQUEN et al, Phys. Letters, 40 B, 277 (1972).

[32] J. BYSTRICKY, F. LEHAR et A. de LESQUEN,
Rapport C.E.A. (1972).

[33] G. GIACOMELLI, P. PINI and S. STAGNI,
Rapport CERN-HERA 69-1 (1969).

[34] E. BRACCI et al, Rapport CERN-HERA 72-1 (1972).

[35] P. BONAMY et al, Nucl. Phys., B 16, 335 (1970).

[36] P. BONAMY et al,
Amsterdam Intern. Conf. on Elementary Particles, (1971).

[37] D.D. DROBNIS et al, Phys. Rev. Letters, 20, 274 (1968).

[38] DE HILL et al, Phys. Rev. Letters, 30, 239 (1973).

[39] G. HOHLER and R. STRAUSS,
Table of πN forward amplitudes, Karlsruhe, Preprint (1971).

[40] F. HALZEN and C. MICHAEL, Phys. Letters, 36 B, 367 (1971).

[41] G. COZZIKA et al, Phys. Letters, 40 B, 281 (1972).

[42] V. BARGER and F. HALZEN, Phys. Rev. Letters, 28, 194 (1972).

[43] S. NURUSHEV et al, Communication privée.

[44] G. GIRARDI et al,
Nucl. Phys., B 47, 445 (1972) et DPh - T/73-44 (1973).

[45] A. DEREM,
Note C.E.A. n N/1601 (1973) et Communication privée.

[46] G.A. RINGLAND et al, Nucl. Phys., B 44, 395 (1972).

[47] Y. KOHSAKA and F. TAKAGI,
Preprints TU/73/102 et TU/73/104 (1973).

[48] G.A. RINGLAND and D.P. ROY, Phys. Letters, 36 B, 110 (1971).

[49] T. UEMATSU, Lettere al Nuovo Cimento 3, 137 (1972).

[50] M. JACOB,
Introduction to the analysis of strong interaction process,
Cours à Orsay (1962).

[51] G. COHEN-TANNOUDJI,
Périphérisme, absorption et dualité, Ecole de Gif-sur-Yvette (1972).

[52] J. BALLAM, SLAC PUB, 1092 (1972).

[53] F. HAYOT and H. NAVELET, Phys. Letters, 37 B, 424 (1971).

[54] V. SINGH, Phys. Rev., 129, 1889 (1963).

[55] P. MOUSSA and R. STORA,
Angular analysis of elementary particle reaction,
Ecole de Herceg-Novi (1966).

[56] P. MOUSSA,
Invariance relativiste et définition du spin,
Ecole de Gif-sur-Yvette (1970).

[57] I. AMBATS et al, Phys. Rev. Letters, 29, 1416 (1972).

[58] C. BRUNETON et al, Phys. Letters, 44 B, 471 (1973).

[59] B.H. BOLOTOV et al, Rapport IHEP 73-52 (1973).

Manuscrit reçu le 16 janvier 1974

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I : Table numérique des coefficients utilisés pour calculer le pouvoir analyseur.

Tableau II : Mesure directe du paramètre A à 6 GeV/c.

Tableau III : Mesure de R à 5,88 et 15,62 GeV/c en π^- et à 6,01 GeV/c en π^+ (valeurs publiées dans [30]).

Tableau IV : Mesures de la polarisation $\vec{P_o}$, de la polarisation du fond $\vec{\omega}$ et du paramètre R suivant différentes méthodes.

Tableau V : Valeurs des coefficients numériques utilisés pour ajuster R en π^- p à 5,88 GeV/c.

Tableau VI : Valeurs de R obtenues suivant les différents jeux de courbes utilisés pour l'ajustement.

Tableau VII : Calcul direct des amplitudes : l'état d'isospin 0.

Tableau VIII : Calcul direct des amplitudes : l'état d'isospin 1.

Tableau I

TABLEAU a^* (POUVOIR ANALYSEUR DU CARBONE)

θ^* \ E_p (MeV)	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
3	17	17	15	15	16	21	10	0	0	0	0	0
4	49	45	45	45	45	42	40	23	15	7	6	10
5	48	47	48	49	49	48	48	45	37	34	31	31
6	47	47	48	50	52	53	55	56	53	52	51	51
7	46	47	49	52	54	57	60	62	62	63	65	67
8	47	48	50	54	58	62	65	68	70	72	75	77
9	47	49	53	57	62	66	70	73	76	80	82	83
10	48	52	56	61	66	70	74	78	81	85	88	89
11	50	56	61	65	71	75	79	83	86	90	92	93
12	53	61	66	70	75	79	83	88	91	93	95	96
13	60	67	72	75	80	84	88	92	95	96	97	98
14	69	74	78	80	84	88	92	95	97	98	99	99
15	79	83	85	86	89	92	96	98	99	100	100	100
16	92	92	91	92	94	96	99	100	100	100	100	99
17	98	97	96	97	97	99	100	100	100	99	99	98
18	100	100	99	99	99	100	99	99	99	98	97	96
19	98	99	100	100	100	99	98	97	97	96	94	92
20	92	96	98	98	98	98	96	95	95	92	91	88
21	84	89	94	95	95	94	93	92	92	88	86	83
22	74	81	86	89	90	90	88	86	86	83	80	78
23	66	71	77	81	84	83	82	80	80	77	74	72
24	57	63	68	72	76	76	76	75	75	71	68	66
25	49	54	58	63	66	68	69	67	67	65	62	60
26	43	46	50	54	58	59	61	60	60	57	56	54
27	37	44	43	47	50	51	53	53	53	50	50	49
A.max.	30,0	38,0	46,0	54,0	62,0	70,0	76,0	80,0	81,8	83,0	83,8	84,0	84,0	83,5	82,8	81,3	80,0	78,0	76,0	74,0	72,0	70,0	68,0	66,0

Tableau II

MESURE DIRECTE DE A (6 GeV/c)

Transfert	Nombre d'événements	$\vec{P}_o$	$\vec{\omega}$ (fond)	A et R indépendants		1 Paramètre
				A	R	
- 0,225	1423	- 0,40 ± 0,15				0,89 ± 0,13
- 0,269	1219	- 0,09 ± 0,23		+ 0,90 ± 0,24	- 0,96 ± 0,44	0,74 ± 0,15
- 0,303	1269	+ 0,04 ± 0,12	- 0,15 ± 1,0	+ 0,40 ± 0,22	- 0,43 ± 0,39	0,56 ± 0,17
- 0,336	1234	- 0,13 ± 0,17	- 0,23 ± 0,9	+ 0,79 ± 0,20	- 0,36 ± 0,39	0,86 ± 0,11
- 0,377	896	- 0,01 ± 0,21	- 0,23 ± 0,7	+ 0,64 ± 0,24	- 0,09 ± 0,46	0,85 ± 0,13

TABLEAU III

	$\|t\|$ $(GeV/c)^2$		R	$= \frac{A}{\sqrt{1-P^2-R^2}}$
	Valeur moyenne	Intervalle		
	0.229	0.190-0.250	+0.10 ± 0.12	0.971
	0.265	0.250-0.282	-0.06 ± 0.12	0.982
a)	0.298	0.282-0.316	-0.20 ± 0.11	0.961
	0.329	0.316-0.346	-0.20 ± 0.11	0.970
R π^+ p	0.365	0.346-0.384	-0.11 ± 0.11	0.982
	0.392	0.384-0.415	-0.03 ± 0.12	0.988
6.01 GeV/c	0.444	0.415-0.480	-0.02 ± 0.10	0.993
	0.499	0.480-0.513	-0.13 ± 0.17	0.990
	0.227	0.191-0.250	-0.21 ± 0.17	0.969
	0.260	0.250-0.282	-0.30 ± 0.15	0.947
b)	0.298	0.282-0.316	-0.15 ± 0.14	0.985
	0.329	0.316-0.343	-0.20 ± 0.14	0.976
R π^- p	0.356	0.343-0.381	-0.42 ± 0.15	0.902
	0.392	0.381-0.415	-0.06 ± 0.16	0.997
5.88 GeV/c	0.444	0.415-0.480	-0.33 ± 0.13	0.943
	0.497	0.480-0.513	-0.07 ± 0.23	0.997
	0.234	0.195-0.254	-0.23 ± 0.15	0.970
	0.267	0.254-0.285	-0.13 ± 0.14	0.988
c)	0.301	0.285-0.317	-0.39 ± 0.13	0.916
	0.329	0.317-0.351	-0.10 ± 0.13	0.993
R π^-p	0.363	0.351-0.385	-0.10 ± 0.14	0.993
	0.398	0.385-0.418	-0.32 ± 0.15	0.946
15.62 GeV/c	0.443	0.418-0.485	-0.28 ± 0.13	0.961
	0.504	0.485-0.515	-0.34 ± 0.21	0.941

Tableau IV

π^- 6

Transfert	Nombre d'événements	$\vec{P}_o$	$\vec{\omega}$ (Fond)	Evts Positifs R	Evts Négatifs R	3 Paramètres R	1 Paramètre R
- 0,228	3483	- 0,99 ± 0,09	- 0,24 ± 0,58	- 0,26 ± 0,20	- 0,39 ± 0,24	- 0,33 ± 0,17	- 0,32 ± 0,17
- 0,269	3054	- 0,10 ± 0,08	- 0,26 ± 0,50	- 0,57 ± 0,20	- 0,08 ± 0,23	- 0,32 ± 0,15	- 0,32 ± 0,15
- 0,302	2834	- 0,09 ± 0,08	+ 0,04 ± 0,42	- 0,21 ± 0,18	- 0,08 ± 0,20	- 0,15 ± 0,14	- 0,16 ± 0,14
- 0,337	2435	- 0,12 ± 0,08	- 0,16 ± 0,38	- 0,26 ± 0,19	- 0,27 ± 0,20	- 0,28 ± 0,14	- 0,28 ± 0,14
- 0,370	1852	- 0,10 ± 0,08	- 0,49 ± 0,39	- 0,58 ± 0,20	- 0,33 ± 0,21	- 0,47 ± 0,15	- 0,46 ± 0,15
- 0,419	2300	- 0,03 ± 0,06	+ 0,16 ± 0,31	- 0,32 ± 0,22	- 0,14 ± 0,24	- 0,22 ± 0,12	- 0,22 ± 0,12
- 0,490	1448	- 0,09 ± 0,08	- 0,27 ± 0,30	- 0,37 ± 0,26	- 0,27 ± 0,29	- 0,33 ± 0,15	- 0,34 ± 0,15

π^- 16

- 0,226	3686	- 0,09 ± 0,08	- 0,32 ± 0,61	- 0,28 ± 0,22	- 0,17 ± 0,21	- 0,22 ± 0,15	- 0,22 ± 0,15
- 0,269	3112	- 0,12 ± 0,08	- 0,36 ± 0,52	- 0,19 ± 0,21	+ 0,04 ± 0,19	- 0,08 ± 0,14	- 0,08 ± 0,14
- 0,303	2924	- 0,13 ± 0,07	- 0,87 ± 0,45	- 0,42 ± 0,19	- 0,37 ± 0,18	- 0,39 ± 0,13	- 0,40 ± 0,13
- 0,336	2467	- 0,09 ± 0,07	- 0,38 ± 0,39	- 0,11 ± 0,19	- 0,04 ± 0,18	- 0,07 ± 0,13	- 0,07 ± 0,13
- 0,370	1855	- 0,07 ± 0,08	- 0,50 ± 0,38	- 0,12 ± 0,22	- 0,03 ± 0,20	- 0,07 ± 0,15	- 0,07 ± 0,15
- 0,419	2685	- 0,03 ± 0,06	- 0,13 ± 0,27	- 0,32 ± 0,16	- 0,33 ± 0,15	- 0,32 ± 0,11	- 0,32 ± 0,11
- 0,492	1560	- 0,03 ± 0,08	- 0,22 ± 0,26	- 0,32 ± 0,20	- 0,21 ± 0,19	- 0,26 ± 0,14	- 0,27 ± 0,14

π^+ 6

- 0,227	5399	+ 0,18 ± 0,07	+ 0,29 ± 0,51	+ 0,05 ± 0,18	+ 0,10 ± 0,19	+ 0,07 ± 0,12	+ 0,07 ± 0,12
- 0,269	4600	+ 0,19 ± 0,07	+ 0,13 ± 0,38	- 0,10 ± 0,17	- 0,04 ± 0,19	- 0,07 ± 0,12	- 0,07 ± 0,12
- 0,302	4155	+ 0,19 ± 0,06	+ 0,23 ± 0,31	- 0,20 ± 0,16	- 0,18 ± 0,17	- 0,19 ± 0,12	- 0,19 ± 0,12
- 0,337	3667	+ 0,12 + 0,06	- 0,37 ± 0,29	- 0,15 ± 0,16	- 0,18 ± 0,17	- 0,16 ± 0,11	- 0,17 ± 0,11
- 0,370	3008	+ 0,14 + 0,06	+ 0,20 ± 0,27	- 0,11 ± 0,16	- 0,05 ± 0,17	- 0,08 ± 0,11	- 0,08 ± 0,11
- 0,419	4090	+ 0,16 ± 0,05	+ 0,31 ± 0,21	+ 0,12 ± 0,13	+ 0,09 ± 0,15	+ 0,11 ± 0,09	+ 0,11 ± 0,09
- 0,490	2388	+ 0,06 ± 0,07	± 0,06 ± 0,21	- 0,28 ± 0,18	- 0,11 ± 0,20	- 0,19 ± 0,12	- 0,19 ± 0,13

Tableau V

VAVLEURS DES COEFFICIENTS

π^- 6

Fonction Nbr. Param.		Max. Vrais/evt	Log S	a_o	a_1	a_2	a_3	a_4
I	1	0,969 109	- 546,14	- 0,290 ± 0,055				
	2	0,969 109	- 546,13	- 0,256 ± 0,244	+ 0,10 ± 0,67			
	3	0,969 109	- 546,13	- 0,281 ± 0,989	+ 0,05 ± 5,60	- 0,20 ± 7,65		
	4	0,969 123	- 545,89	- 0,297 ± 3,688	- 24,02 ± 32,00	- 68,62 ± 90,05	- 62,74 ± 82,1	
	5	0,969 123	- 545,88	- 0,271 ± 13,340	- 21,05 156,80	- 56,12 ± 156,80	- 40,11 ± 1252,2	- 14,93 ± 852,8
II	1	0,969 109	- 546,14	- 0,290 ± 0,055				
	2	0,969 109	- 546,13	- 0,221 ± 0,521	+ 0,198 ± 1,496			
	3	0,969 110	- 546,12	- 0,294 ± 16,830	- 3,970 ± 25,800	- 4,018 ± 24,82		
III	1	0,969 103	- 546,25	- 0,494 ± 0,092				
	2	0,969 109	- 546,16	- 0,676 ± 0,431	- 0,513 ± 1,130	-		
	3	0,969 109	- 546,16	- 0,739 ± 1,787	- 0,578 ± 9,796	- 0,400 ± 13,00		
	4	0,969 124	- 545,85	- 5,881 ± 6,705	- 45,511 ± 56,760	- 124,900 ± 155,9	- 111,6 ± 139,1	
			*					

I = Polynôme en (t)

II = Polynôme de Legendre en (θ_p)

III = $\sqrt{-t}$ x Polynôme (t)

*(Si R = 0 Log S = 560,5)

Tableau VI

VALEUR DU PARAMETRE R

	III	III	III	II	II	II	I	I
Nb paramèt.	1	2	3	1	2	3	3	4
Vrais/evt	0,969 103	0,969 109	0,969 109	0,969 109	0,969 109	0,969 110	0,969 109	0,969 123
Transfert								
0,2	- 0,22 ± 0,04	- 0,27 ± 0,10	- 0,27 ± 0,17	- 0,29 ± 0,06	- 0,27 ± 0,13	- 0,30 ± 0,22	- 0,28 ± 0,19	- 0,41 ± 0,26
0,3	- 0,27 ± 0,05	- 0,29 ± 0,07	- 0,29 ± 0,07	- 0,29 ± 0,06	- 0,29 ± 0,06	- 0,28 ± 0,07	- 0,28 ± 0,07	- 0,25 ± 0,08
0,4	- 0,31 ± 0,06	- 0,30 ± 0,06	- 0,30 ± 0,08	- 0,29 ± 0,06	- 0,29 ± 0,06	- 0,29 ± 0,07	- 0,29 ± 0,07	- 0,33 ± 0,09
0,5	- 0,35 ± 0,07	- 0,30 ± 0,12	- 0,30 ± 0,15	- 0,29 ± 0,06	- 0,30 ± 0,11	- 0,32 ± 0,14	- 0,31 ± 0,15	- 0,27 ± 0,15

π^- 16

Vrais/evt	1,049 559	1,049 559	1,049 559	1,049 554	1,049 559	1,049 560	1,049 566	1,049 569
Transfert								
0,2	- 0,16 ± 0,04	- 0,17 ± 0,09	- 0,17 ± 0,15	- 0,22 ± 0,05	- 0,17 ± 0,12	- 0,18 ± 0,20	- 0,19 ± 0,18	- 0,20 ± 0,23
0,3	- 0,20 ± 0,05	- 0,20 ± 0,06	- 0,20 ± 0,06	- 0,22 ± 0,05	- 0,20 ± 0,06	- 0,20 ± 0,07	- 0,20 ± 0,06	- 0,20 ± 0,08
0,4	- 0,23 ± 0,05	- 0,23 ± 0,06	- 0,23 ± 0,07	- 0,22 ± 0,05	- 0,23 ± 0,06	- 0,23 ± 0,07	- 0,22 ± 0,07	- 0,23 ± 0,08
0,5	- 0,26 ± 0,06	- 0,26 ± 0,11	- 0,26 ± 0,14	- 0,22 ± 0,05	- 0,25 ± 0,10	- 0,26 ± 0,13	- 0,27 ± 0,14	- 0,26 ± 0,14

$\pi^\pm$ 6

Vrais/evt	1,087 584	1,087 593	1,087 595	1,087 590	1,087 591	1,087 594	1,087 542	1,087 550
Transfert								
0,2	- 0,04 ± 0,03	- 0,07 ± 0,08	- 0,06 ± 0,13	- 0,07 ± 0,04	- 0,07 ± 0,10	- 0,03 ± 0,16	- 0,03 ± 0,15	- 0,01 ± 0,20
0,3	- 0,05 ± 0,04	- 0,06 ± 0,05	- 0,06 ± 0,05	- 0,07 ± 0,04	- 0,07 ± 0,05	- 0,08 ± 0,06	- 0,07 ± 0,05	- 0,08 ± 0,07
0,4	- 0,06 ± 0,05	- 0,06 ± 0,05	- 0,06 ± 0,06	- 0,07 ± 0,04	- 0,07 ± 0,05	- 0,08 ± 0,06	- 0,07 ± 0,06	- 0,06 ± 0,13
0,5	- 0,07 ± 0,05	- 0,04 ± 0,10	- 0,04 ± 0,12	- 0,07 ± 0,04	- 0,07 ± 0,08	- 0,05 ± 0,11	- 0,03 ± 0,12	- 0,04 ± 0,33

Tableau VII

ISOSPIN 0

$-t$	F^{o}_{++} $[mB]^{1/2} \cdot [GeV/c]$	φ^{o}_{++}	$\lvert F^{o}_{+-} \rvert$	φ^{o}_{+-}
0,00	492 ± 3	90°	0 ——	——
0,02	445 ± 3	(par hypothèse)	8,6 ± 13	- 117 ± 73
0,04	420 ± 2,5		11,1 ± 17	- 116 ± 50
0,08	359 ± 2,2		13,6 ± 17	- 115 ± 37
0,12	308 ± 2,0		15,0 ± 15	- 112 ± 26
0,16	265 ± 1,9		15,7 ± 12	- 109 ± 18
0,20	232 ± 1,8		15,0 ± 9	- 108 ± 9
0,25	193 ± 1,7		14,7 ± 5,1	- 107 ± 5
0,30	161,5 ± 1,6		14,2 ± 3,1	- 106 ± 4
0,35	135 ± 1,5		13,5 ± 2,3	- 105 ± 3
0,40	112 ± 1,4		12,8 ± 2,3	- 104 ± 3
0,45	94,1 ± 1,3		12,0 ± 2,6	- 103 ± 3
0,50	79,5 ± 1,2		11,1 ± 3,0	- 102 ± 3
0,55	66,5 ± 1,1		10,2 ± 3,5	- 100 ± 3
0,60	57 ± 1,0		9,5 ± 3,8	- 97 ± 4
0,65	51,2 ± 1,0		8,9 ± 4,0	- 94 ± 4
0,70	43,4 ± 0,9		8,7 ± 4,1	- 90 ± 5
0,75	38,4 ± 0,9		8,4 ± 4,1	- 89 ± 6

Tableau VIII

ISOSPIN 1

-t	$[mB]^{1/2} \cdot F^1_{++} [GeV/c]$	φ^1_{++}	F^1_{+-}	φ^1_{+-}
0,00	34,0 —	——	0 ——	——
0,02	27,2 ± 8	24 ± 14	26,4 ± 11	32 ± 15
0,04	23,6 ± 12	17 ± 19	31,1 ± 11	28 ± 25
0,08	17,9 ± 15	5 ± 24	32,9 ± 8	20 ± 28
0,12	11,6 ± 15	- 7 ± 27	31,1 ± 4	26 ± 17
0,16	5,0 ± 6	- 25 ± 31	27,3 ± 1,8	31 ± 15
0,20	3,4 ± 2,7	- 41 ± 47	23,2 ± 0,6	34 ± 5
0,25	4,2 ± 2,2	- 52 ± 51	18,5 ± 0,4	35 ± 4
0,30	4,0 ± 1,5	- 75 ± 50	14,2 ± 0,4	36 ± 5
0,35	3,8 ± 1,3	- 98 ± 38	9,4 ± 0,7	37 ± 7
0,40	3,6 ± 1,4	- 96 ± 36	7,1 ± 1,0	38 ± 13
0,45	4,0 ± 1,5	- 94 ± 33	4,7 ± 1,3	42 ± 24
0,50	4,0 ± 1,5	- 90 ± 30	2,9 ± 1,6	58 ± 27
0,55	3,8 ± 1,4	- 85 ± 27	2,0 ± 1,7	64 ± 29
0,60	3,5 ± 1,3	- 55 ± 25	1,5 ± 1,2	86 ± 31
0,65	3,5 ± 1,1	- 41 ± 21	1,2 ± 0,8	103 ± 35
0,70	3,7 ± 0,9	- 32 ± 20	0,8 ± 0,6	110 ± 42
0,75	4,0 ± 0,8	- 18 ± 20	0,4 ± 0,4	87 ± 58

LISTE DES FIGURES

MESURES DE A ET DE R

Figure 1 : Définition des trièdres utilisés dans le chapitre I et principe des mesures de A et de R.

Figure 2 : Schéma de l'appareillage expérimental.

Figure 3 : Principe d'une matrice de coïncidence. Pour être retenu, un événement doit passer par le même numéro de compteurs de chaque hodoscope.

Figure 4 : Ensemble de la logique rapide utilisée pour déchancher les chambres.

Figure 5 : Efficacité du polarimètre en fonction de l'angle de diffusion.

Figure 6 : Réseau de courbes donnant le pouvoir analyseur du carbone : a (θ^*, E) = constante.

Figure 7 : Maximum du pouvoir analyseur en fonction de l'énergie au vertex.

Figure 8 : Histogrammes pour le calcul de la contamination par le fond pour un angle θ_π donné de diffusion

A : corrélation (θ_π, θ_p)

B : corrélation $(\theta_\pi$, énergie de parcours).

Figure 9 : Ajustement de l'impulsion du faisceau incident.
P_{inc} = impulsion incidente supposée correcte.
P_c = impulsion calculée dans l'ajustement cinématique.
E_p = énergie de parcours du proton.
E_c = énergie calculée.

Figure 10 : Positions du vertex reconstruit par rapport à la position de la cible.

Figure 11 : En haut : position des bobines par rapport au faisceau dans le cas des deux mesures de A et de R.
En bas : asymétrie mesurée en direction et en module en supposant le pouvoir analyseur du carbone et la polarisation de la cible identique à 1. Ce graphique donne la sensibilité de l'appareillage aux différents paramètres P_o, R et A.

Figure 12 : A : Etude de l'asymétrie azimutale de la diffusion sur le carbone
$n_{\pm}$ = nombre d'événements obtenus lorsque la cible est polarisée dans un sens et dans l'autre.
B : Valeur du coefficient d'efficacité de chambre $\eta(\varphi)$.

Figure 13 : Mesure du paramètre R en séparant les événements en deux lots suivant le signe de la polarisation de la cible.

Figure 14 : Mesure de la polarisation P_o avec deux fonctions η distinctes (coefficient d'efficacité de la chambre).

Figure 15 : Résultats définitifs de la mesure de R d'une part présentés par point et d'autre part par une fonction $\sqrt{-t}$ (polynôme (t) avec son couloir d'erreurs.

Figure 16 : Les sections efficaces totales π^+ p et π^- p.
Les données expérimentales sont extraites de [34].

Figure 17 : Les sections efficaces différentielles π^+ p $\longrightarrow \pi^+$p.
Les données sont extraites de [33].

Figure 18 : Les sections efficaces différentielles π^- p $\longrightarrow \pi^-$ p.
Les données sont extraites de [33] et [43].

Figure 19 : Différence normalisée des sections efficaces différentielles élastiques :

$$\Delta = \frac{(\frac{d\sigma}{dt})_{\pi^-} - (\frac{d\sigma}{dt})_{\pi^+}}{\sqrt{8\left[(\frac{d}{dt})_{\pi^-} + (\frac{d}{dt})_{\pi^+}\right]}}$$

Les données (à 5 GeV/c) sont extraites de la référence [57].

Figure 20 : La polarisation π^+ (courbe positive) et π^- (courbe négative) à 10 GeV/c avec l'erreur donnée par le calcul.
Les données sont extraites de [28].

Figure 21 : La polarisation π^+ et π^- à 6 GeV/c.
Les données sont extraites de [28].

Figure 22 : La polarisation π^+ et π^- à 14 GeV/c.
Les données sont extraites de [28].
Et la polarisation π^- à 40 GeV/c et les résultats préliminaires des mesures à Serpoukhov [58].

Figure 23 : Le paramètre de rotation de spin R à 6 et 16 GeV/c.
Les deux courbes pleines et rapprochées passant par l'origine représentent les limites extrêmes de R calculées à partir des amplitudes. Les deux autres courbes représentent le couloir d'erreurs mesuré dans le chapitre IV.

Figure 24 : Extrapolations de R à haute énergie et à grand transfert. On voit que les résultats en π^+ et π^- tendent vers une courbe unique sensiblement différente de la courbe $\theta_p = 0$ qui correspondrait à une amplitude de changement d'hélicité nulle.

Figure 25 : La section efficace d'échange de charge.
Les données sont extraites de [33] et de [59]. Ces dernières ne sont pas introduites dans l'optimisation.

Figure 26 : La polarisation dans l'échange de charge à 6 GeV/c et à 25 GeV/c.
Les données entre 5 et 8 GeV/c sont extraites de [33], et [35] à [38].
Pour $|t| > 0{,}7$ GeV/c)^2 les points expérimentaux et les courbes sont compatibles avec zéro. Nous avons reproduit également les prédictions de BARGER [33], GIRARDI [44] et RINGLAND [46].

Figure 27 : Valeurs de A et de R à 6 GeV/c dans la réaction d'échange de charge.

Figure 28 A : Module des amplitudes à 6 GeV/c par le calcul direct (chapitre V) en $[mB]^{1/2}.[GeV/c]$.

Figure 28 B : Module des amplitudes à 6 GeV/c à partir des optimisations "à la Regge" (chapitre VI) en $mB^{1/2}$. GeV/c .

Figure 29 : Amplitude F^0_{+-} à 6 GeV/c. La courbe pleine représente l'ajustement de la deuxième optimisation, et la courbe tiretée celui de la première optimisation lorsque l'on donne à F^0_{++} la même phase. La courbe ponctuée représente le résultat de GIRARDI et al [44].

Figure 30 : L'amplitude F^1_{++} à 6 GeV/c.
Même commentaire.

Figure 31 : L'amplitude F^1_{+-} à 6 GeV/c.
Même commentaire.

Figure 32 : Les amplitudes F^{o}_{+-}, F^{1}_{++}, et F^{1}_{+-} normalisées sur F^{o}_{++} et représentées sur le diagramme d'Argan.

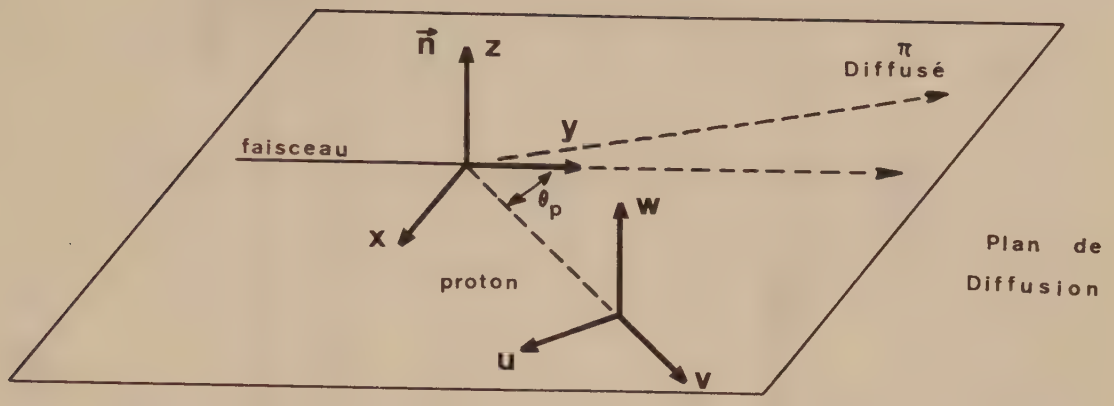
Figure 33 : Développement des amplitudes directes en paramètre d'impact à 6 GeV/c : valeur des modules.

Figure 34 : Développement des amplitudes de changement d'hélicité : valeur des modules.

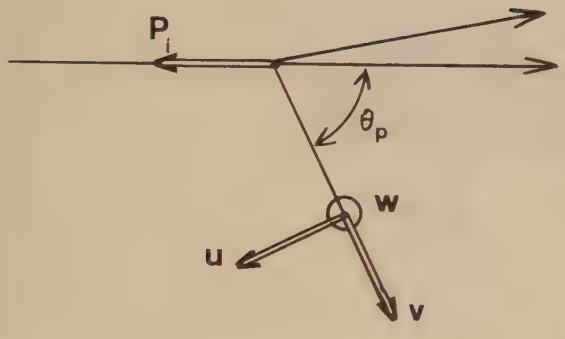
Figure 35 : Développement des amplitudes d'isospin 0.

Figure 36 : Développement des amplitudes d'isospin 1.

A. DEFINITION DES AXES DE COORDONNEES



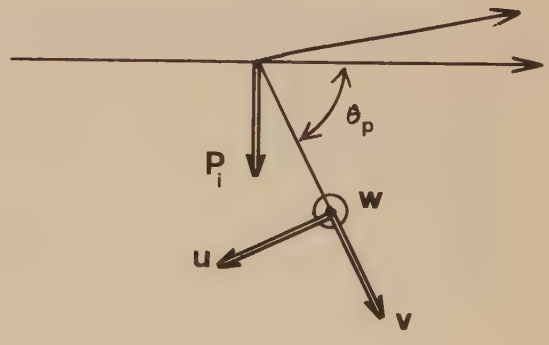
B. DEFINITION DE A ET DE R



$$u = A\,|P_i|$$

$$v = -R\,|P_i|$$

$$w = P$$



$$u = R\,|P_i|$$

$$v = A\,|P_i|$$

$$w = P$$

figure 1

DISPOSITIF EXPERIMENTAL

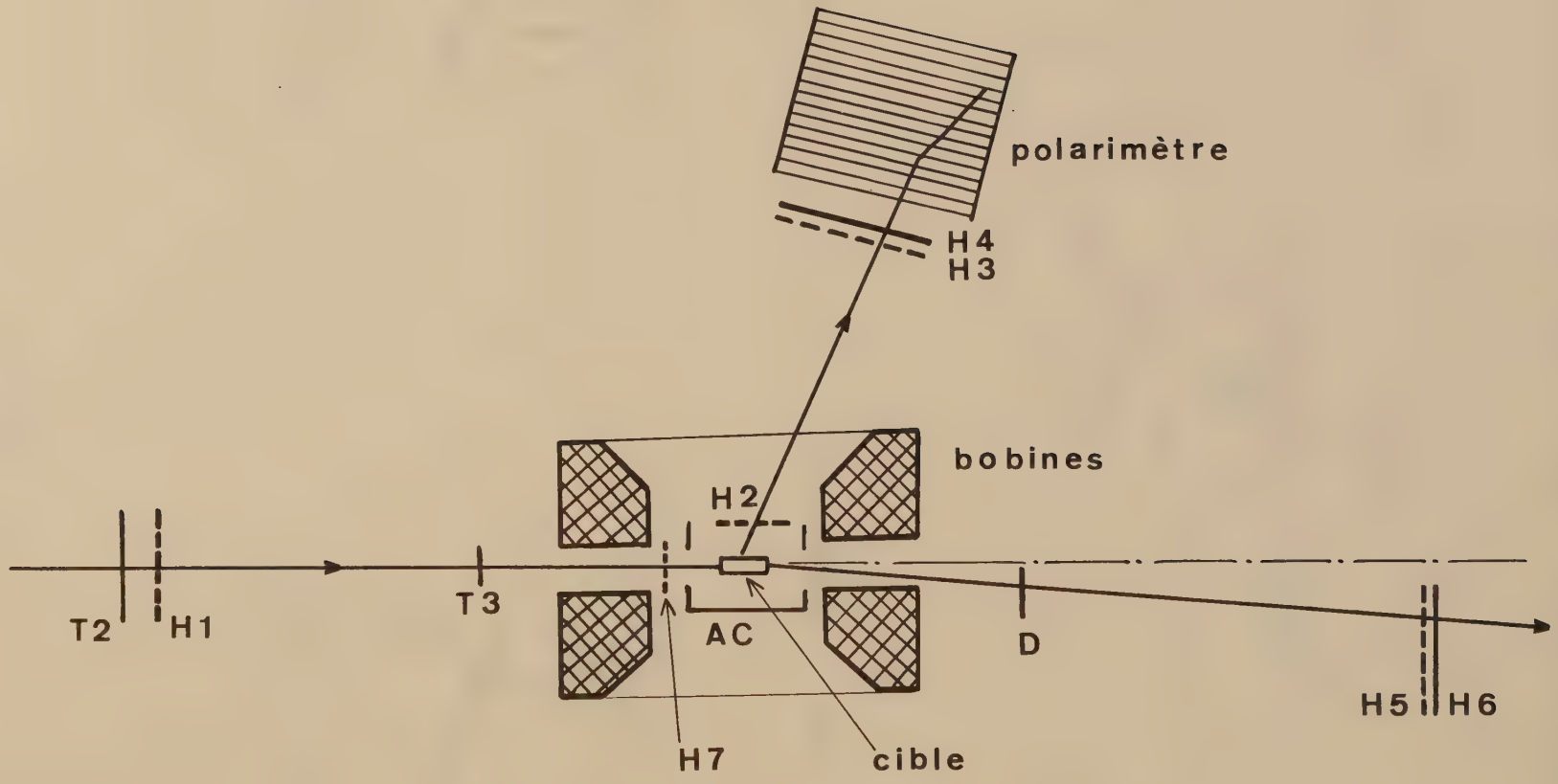


figure 2

PRINCIPE D'UNE MATRICE

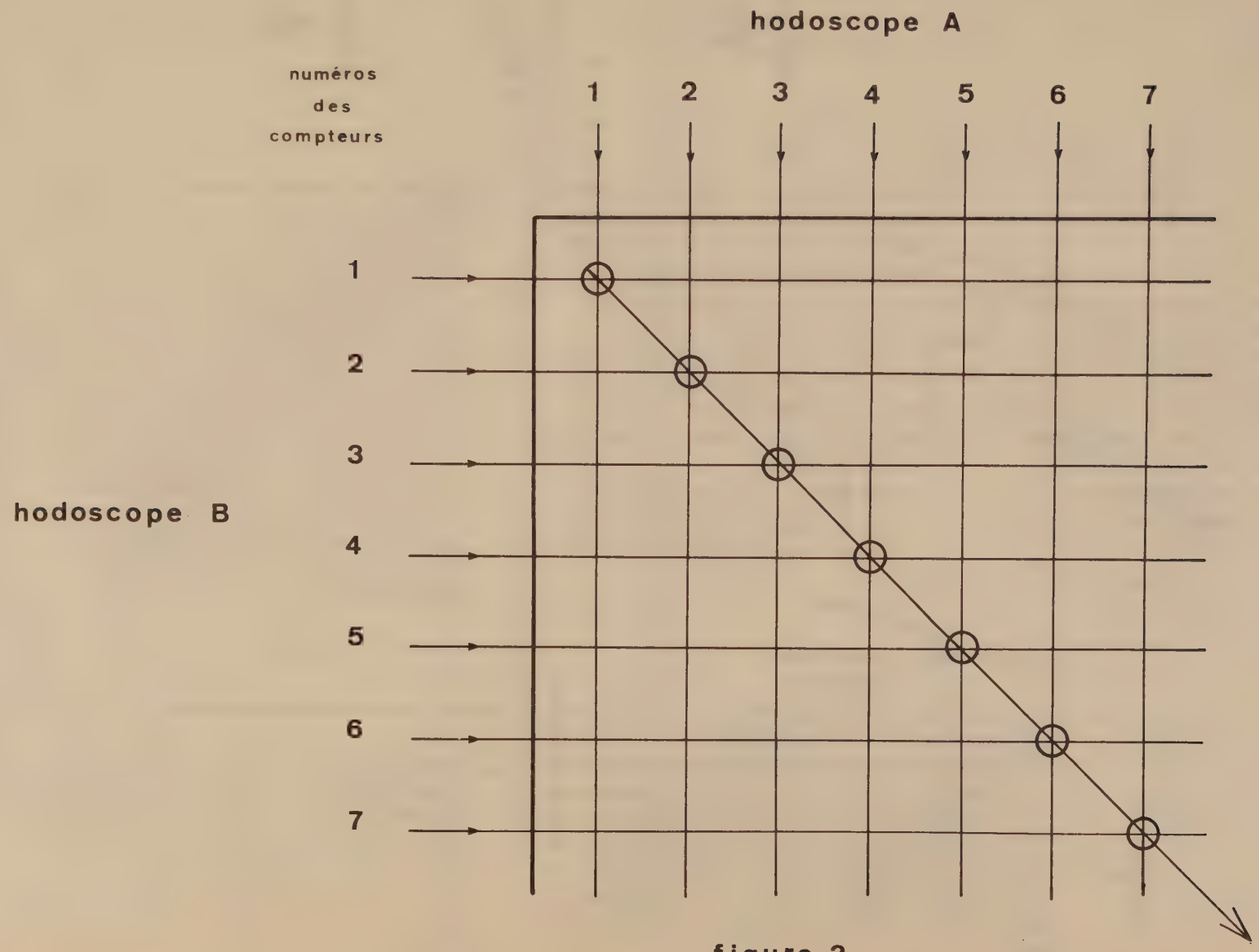


figure 3

LOGIQUE DE DECLENCHEMENT

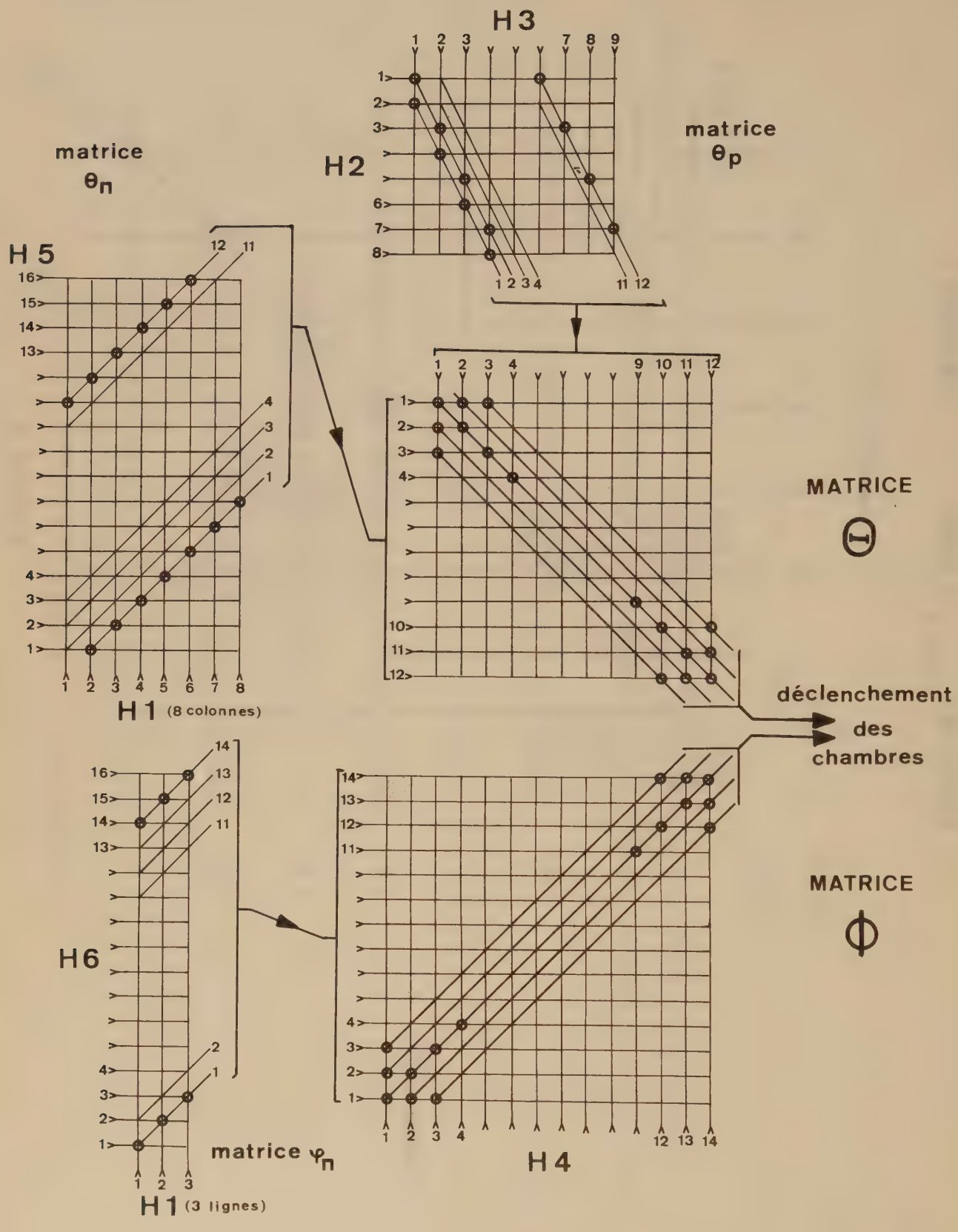


figure 4

EFFICACITE DU POLARIMETRE

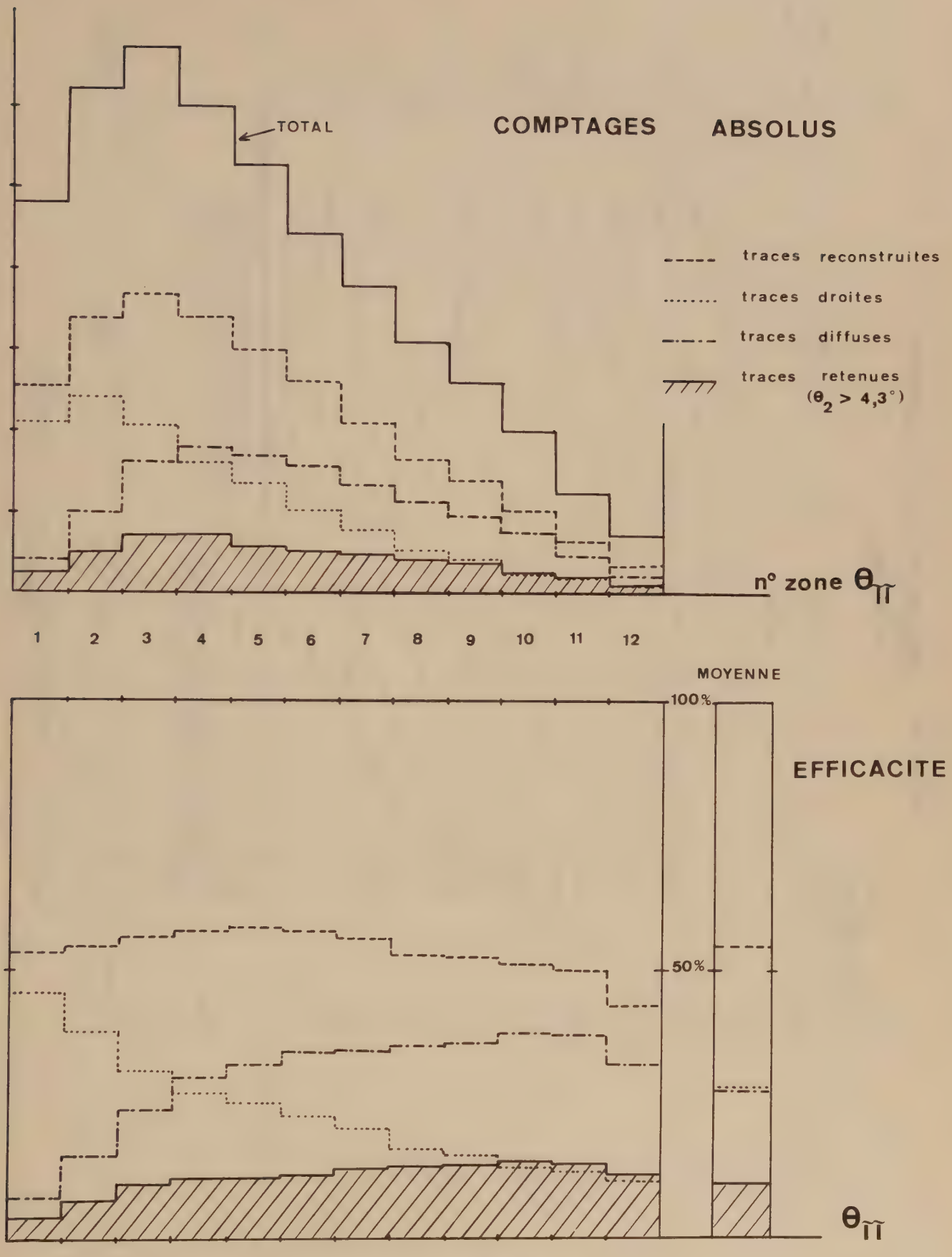


figure 5

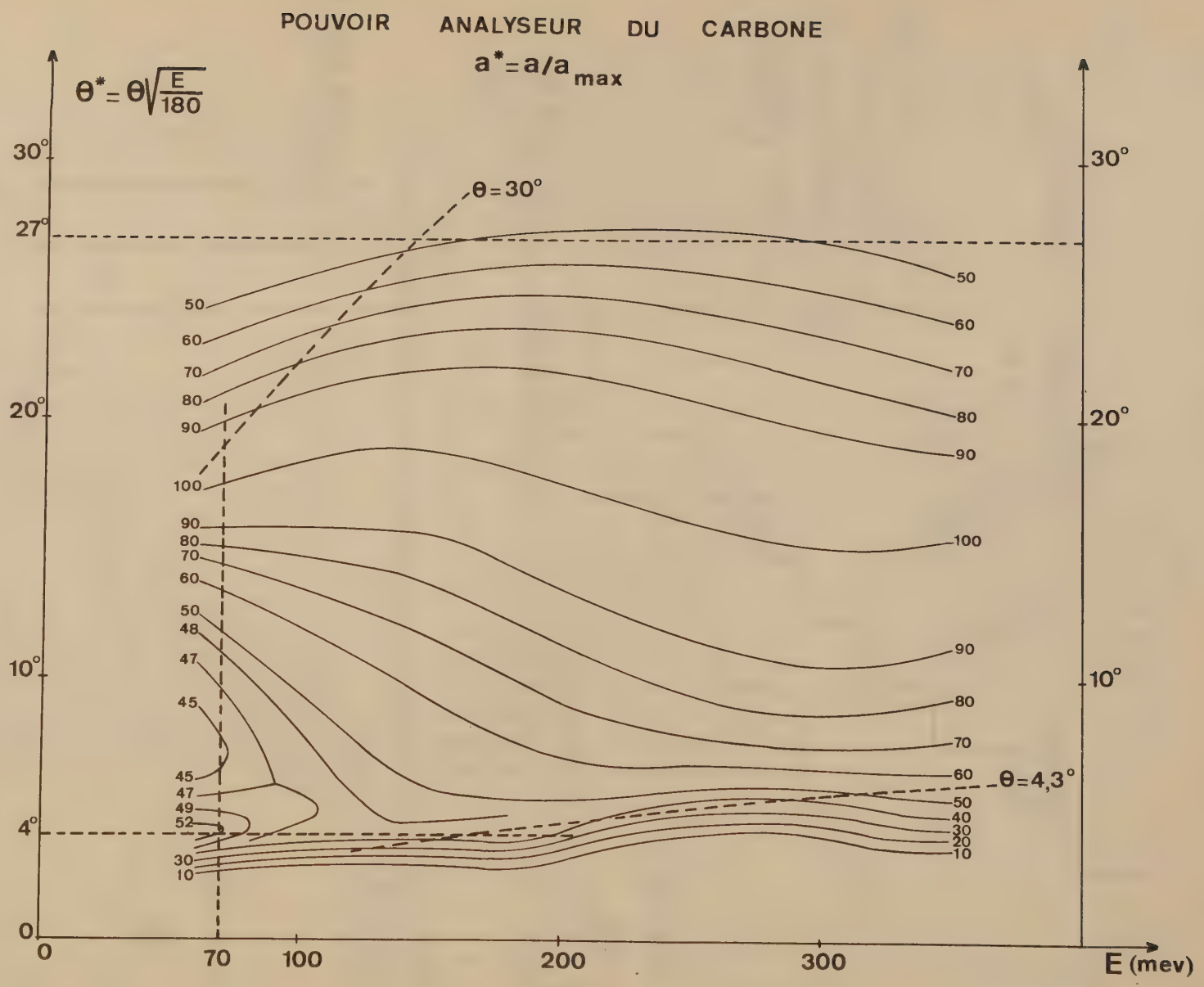

POUVOIR ANALYSEUR DU CARBONE
$a^* = a/a_{max}$
$\theta^* = \theta\sqrt{\frac{E}{180}}$
θ=30°
θ=4,3°
30°
27°
20°
10°
4°
0
0
70
100
200
300
E (mev)
50
60
70
80
90
100
90
80
70
60
50
48
47
45
45
47
49
52
30
10
50
60
70
80
90
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10

figure 6

POUVOIR ANALYSEUR DU CARBONE

a_{max}

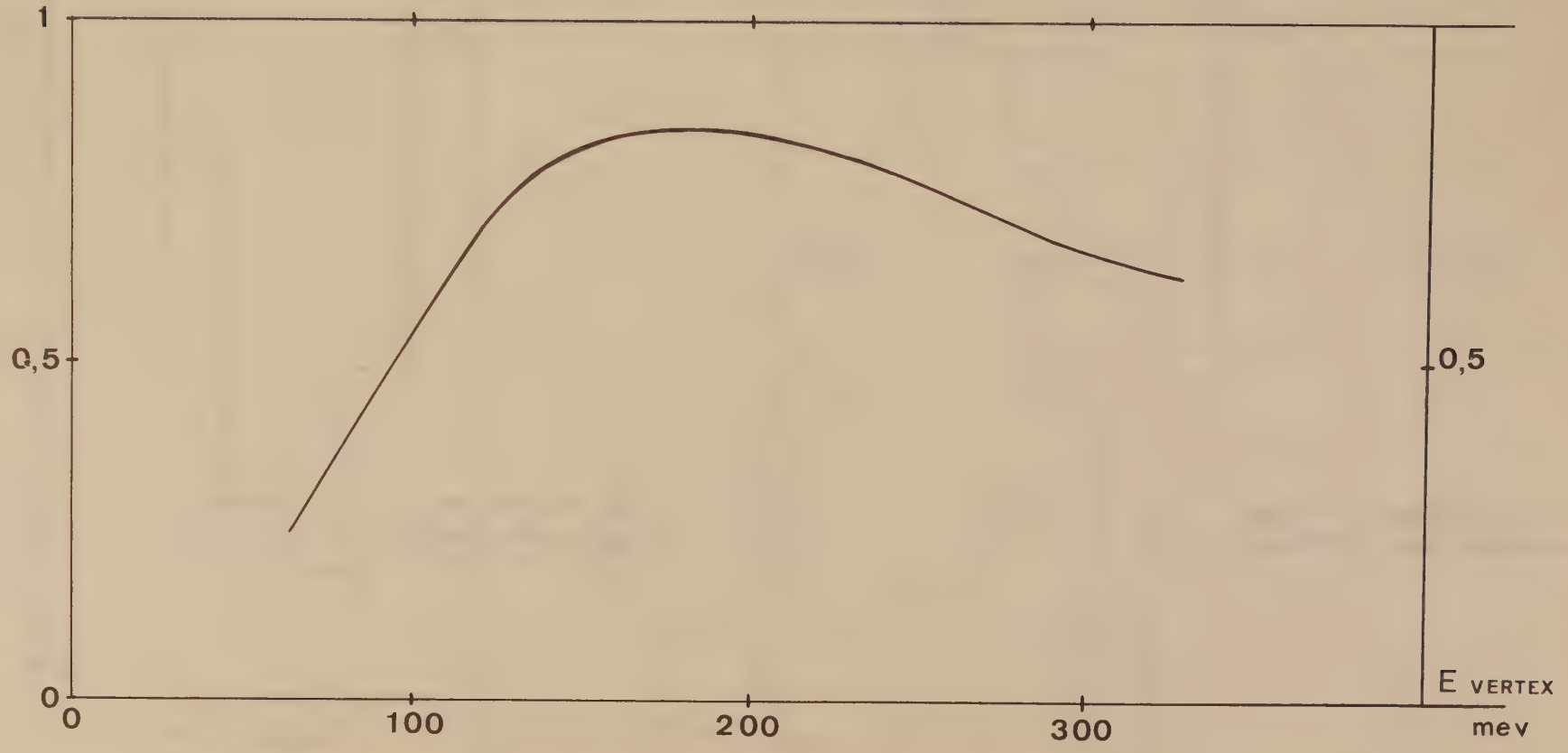


figure 7

HISTOGRAMMES DE DECLENCHEMENT ET DE PARCOURS

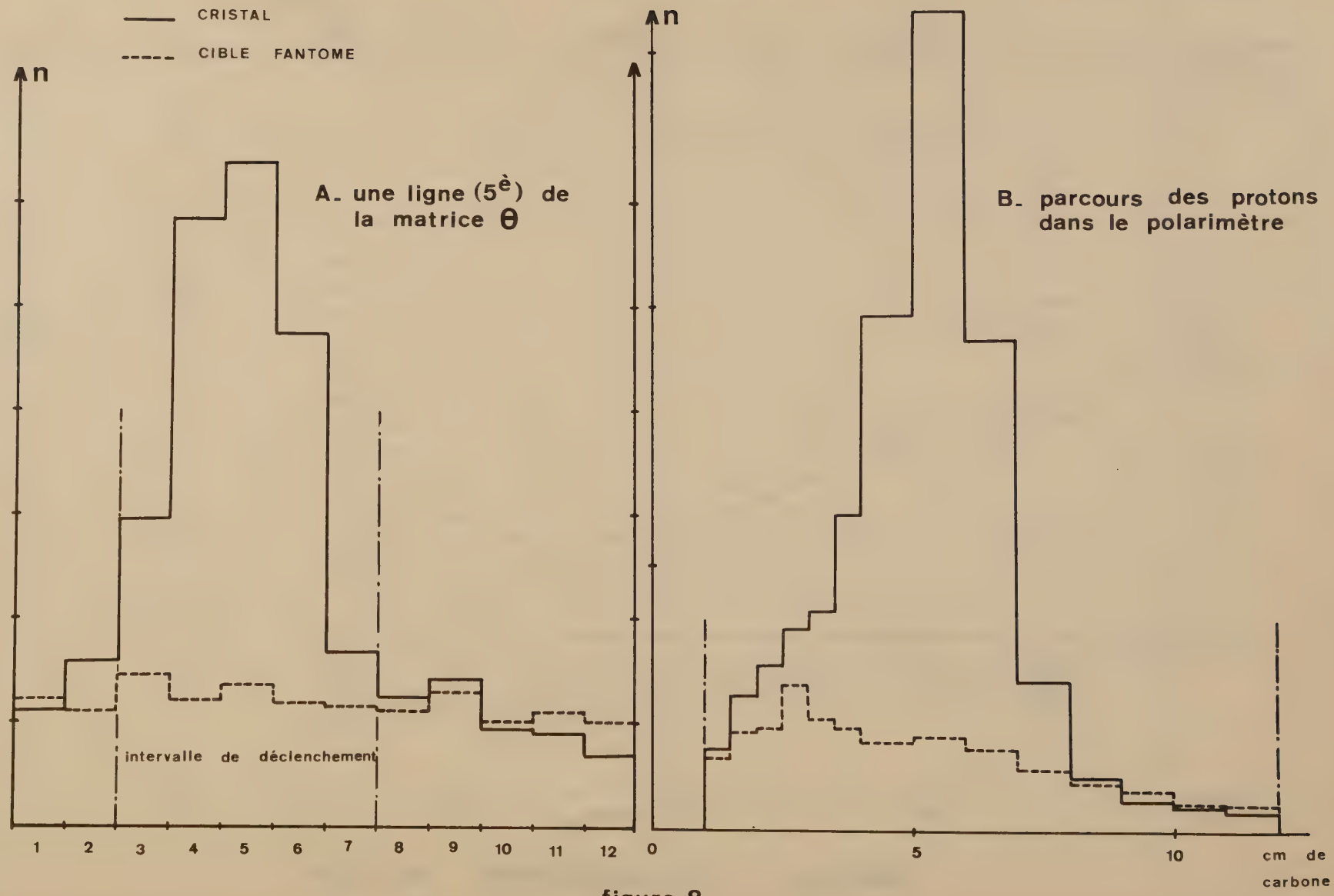
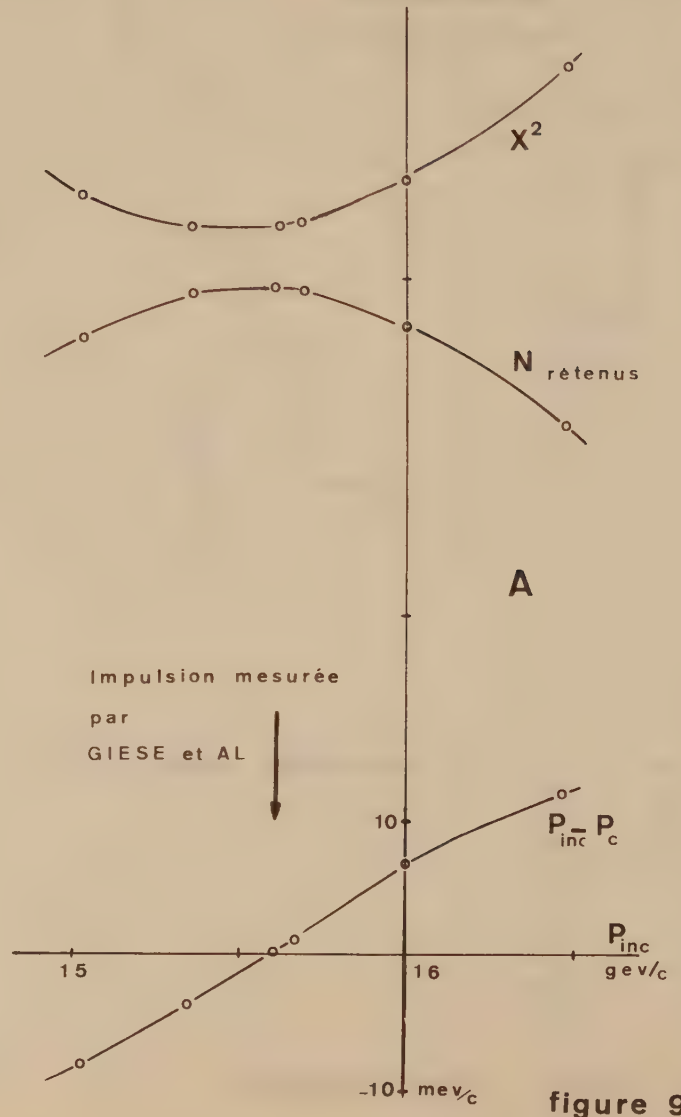
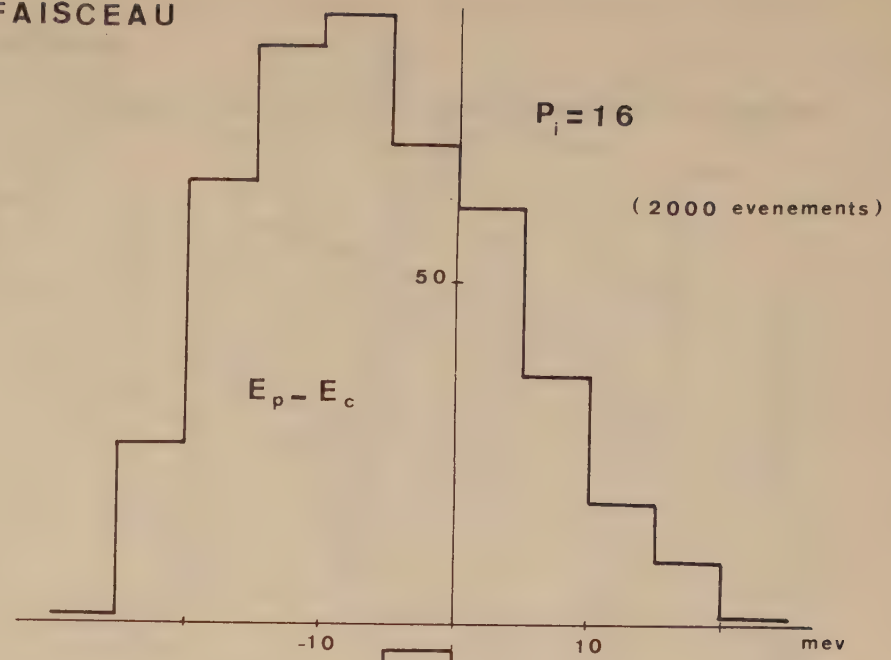


figure 8

AJUSTEMENT DE L'IMPULSION DU FAISCEAU

à 16 gev/c





B

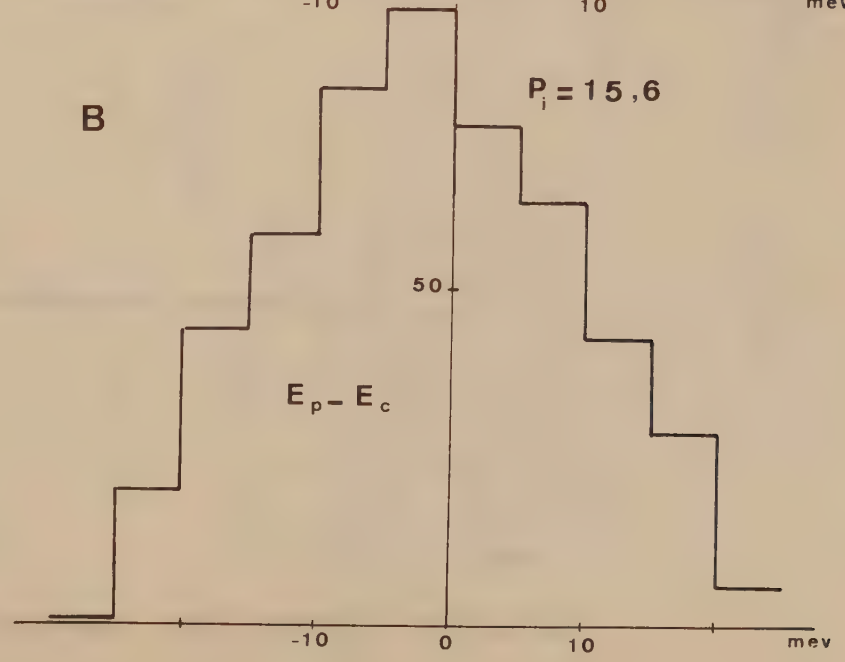


figure 9

HISTOGRAMMES DES POSITIONS DE VERTEX CALCULEES

A. histogramme longitudinal

B. histogramme transversal

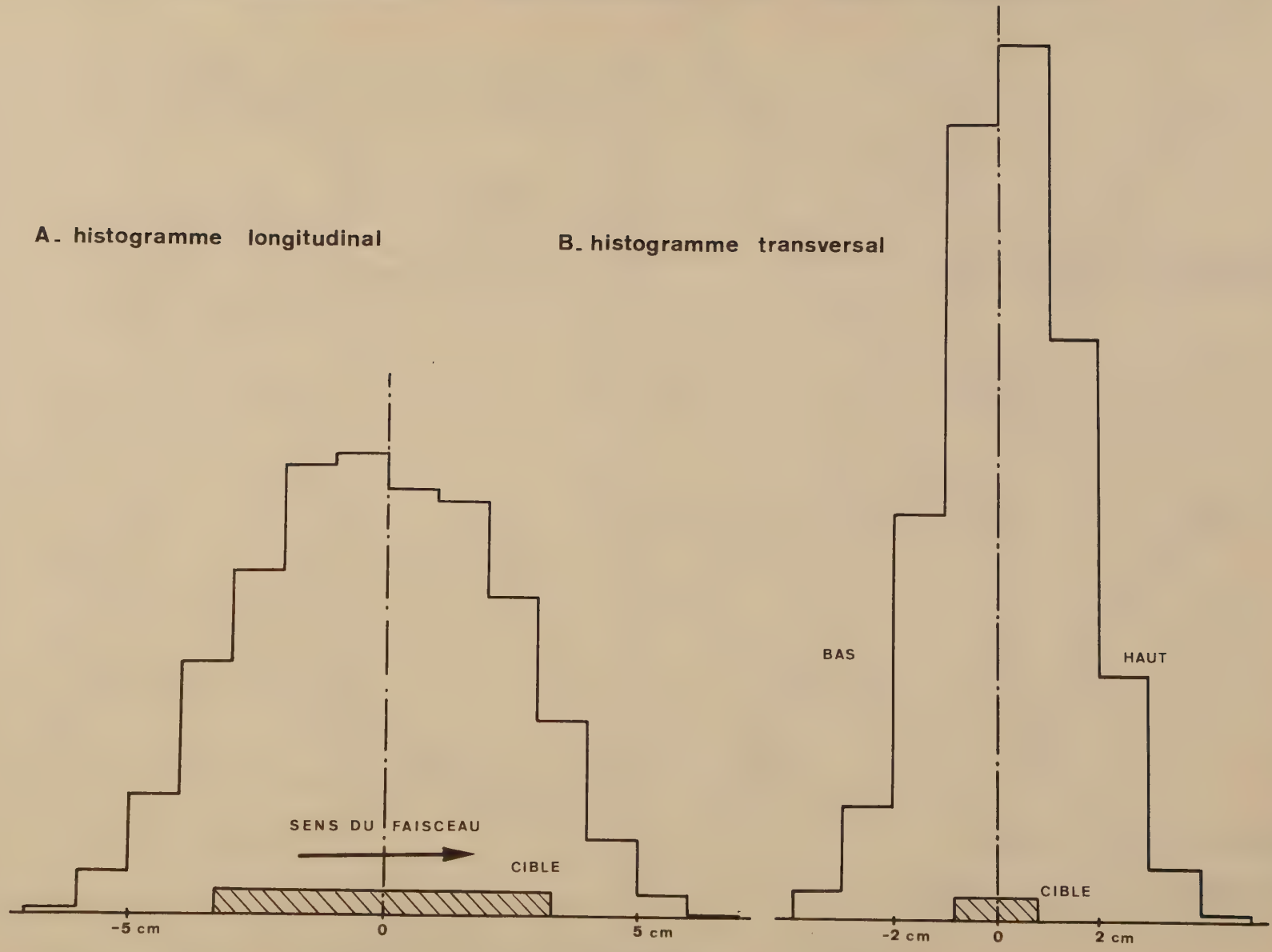
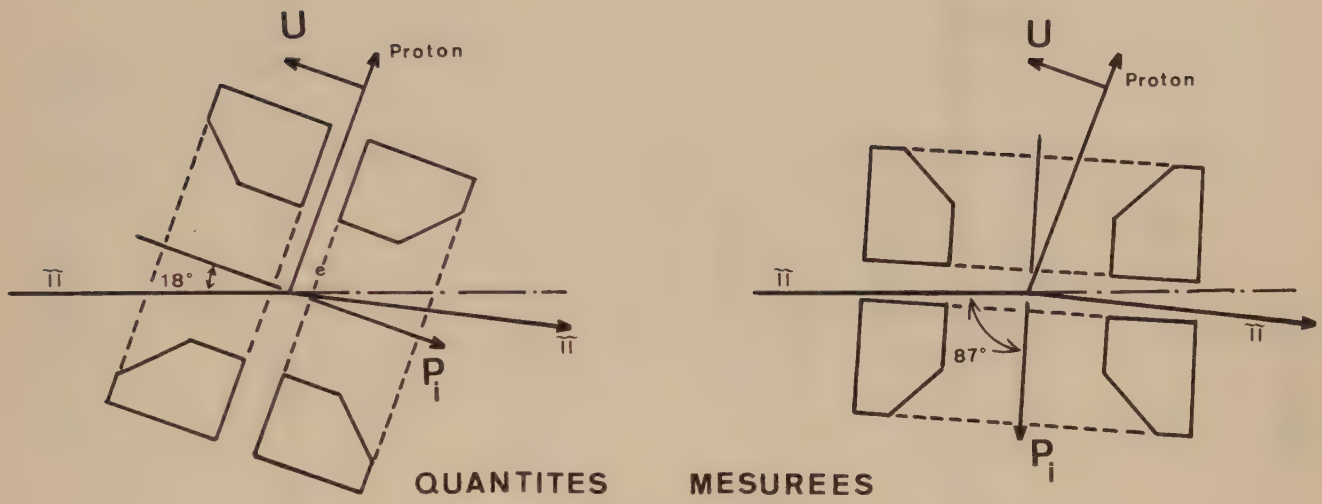


figure 10

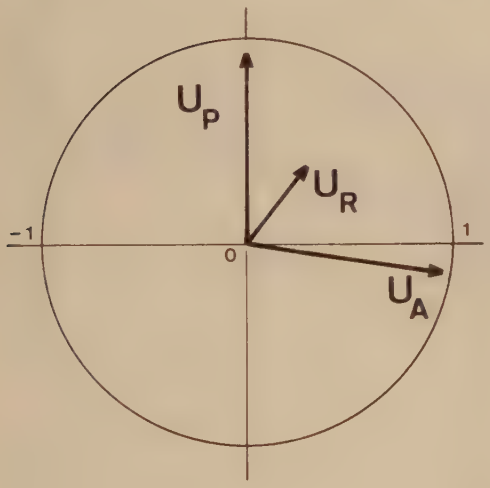
POSITIONS DES BOBINES



QUANTITES MESUREES

après rotation du spin dans le champ magnétique ($|P_i| \equiv 1$)

EXPERIENCE A



EXPERIENCE R

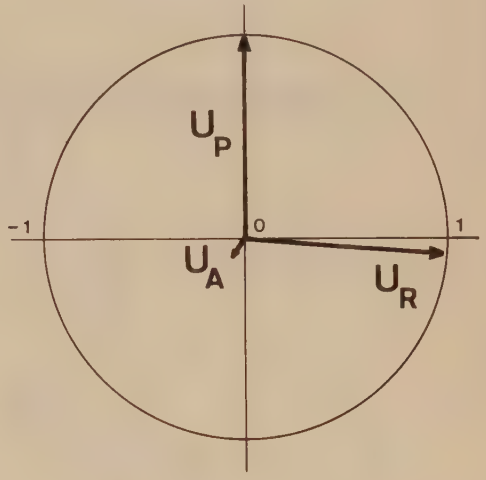


figure 11

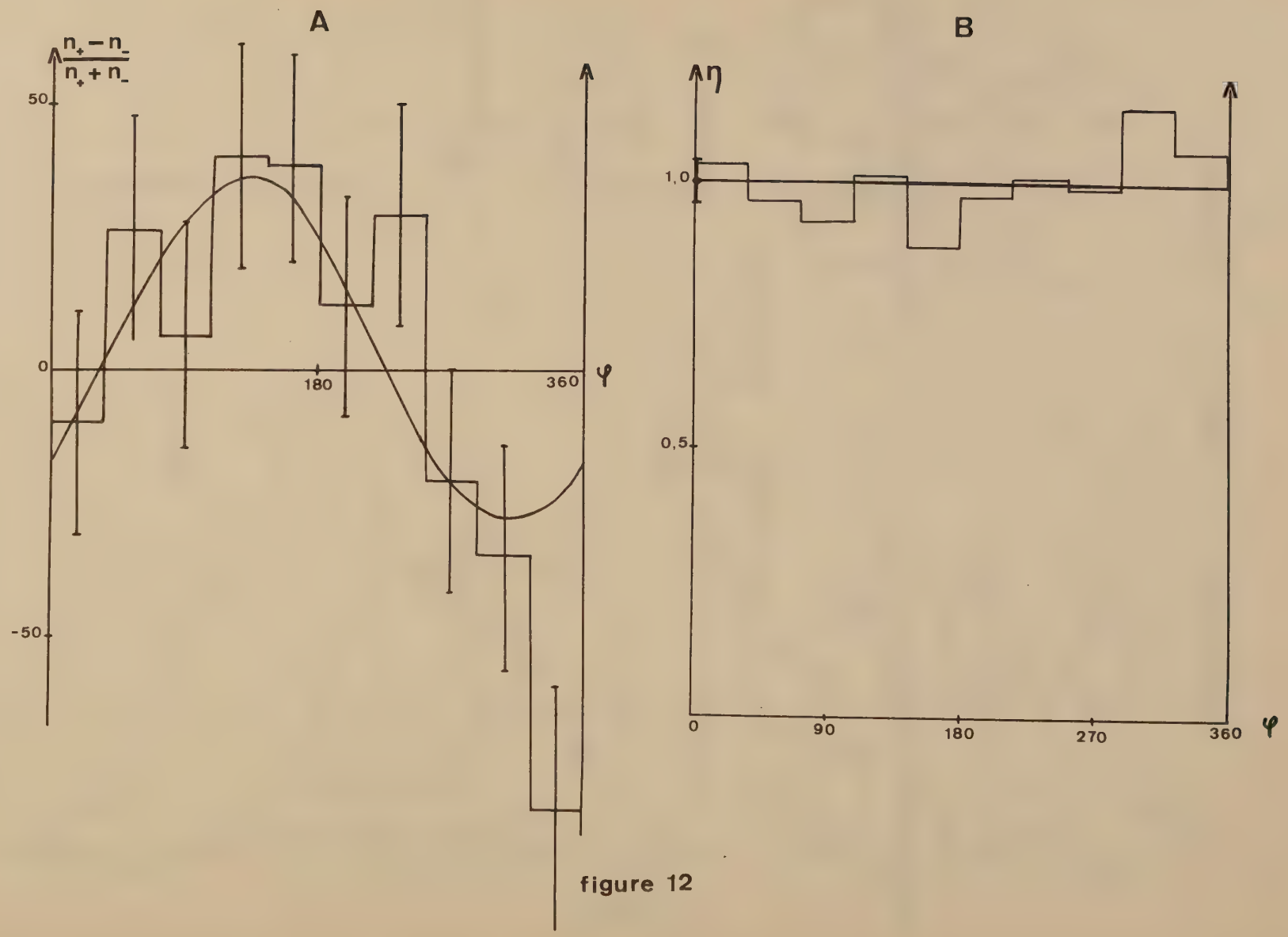


figure 12

MESURES DE R

(EN SEPARANT LES SEQUENCES POSITIVES ET NEGATIVES)

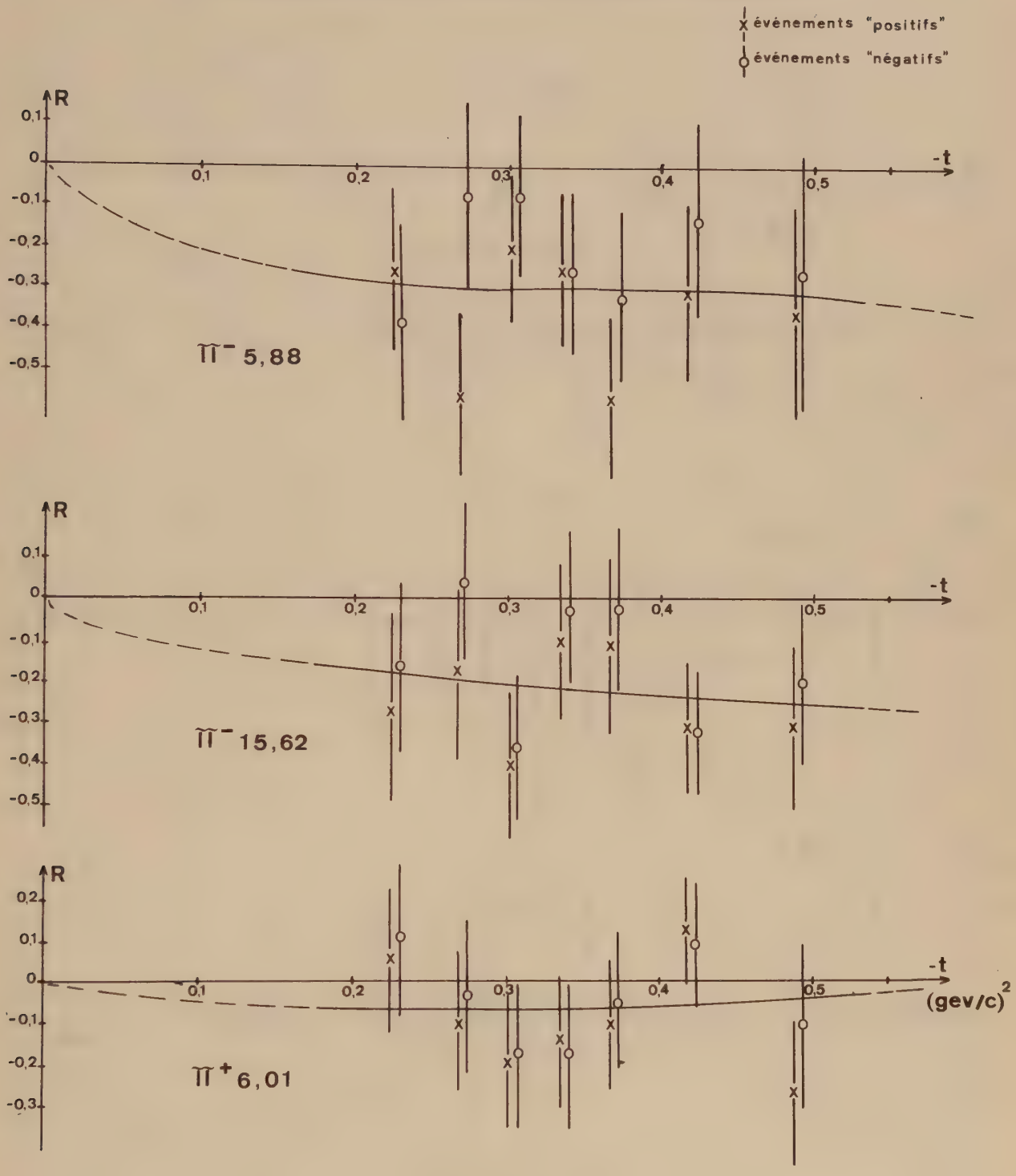


figure 13

MESURES DIRECTES DE LA POLARISATION P_o

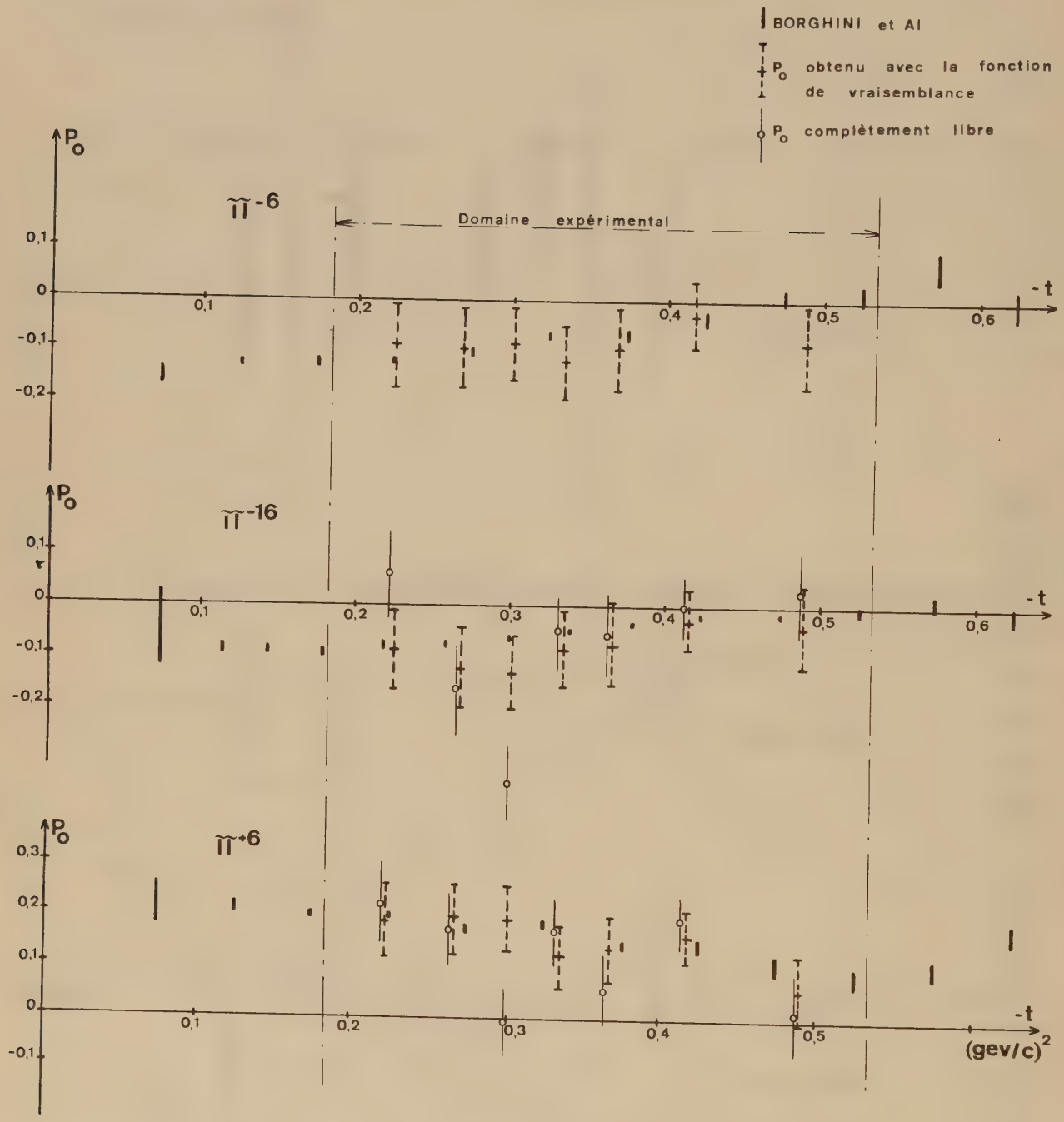


figure 14

MESURES DE R

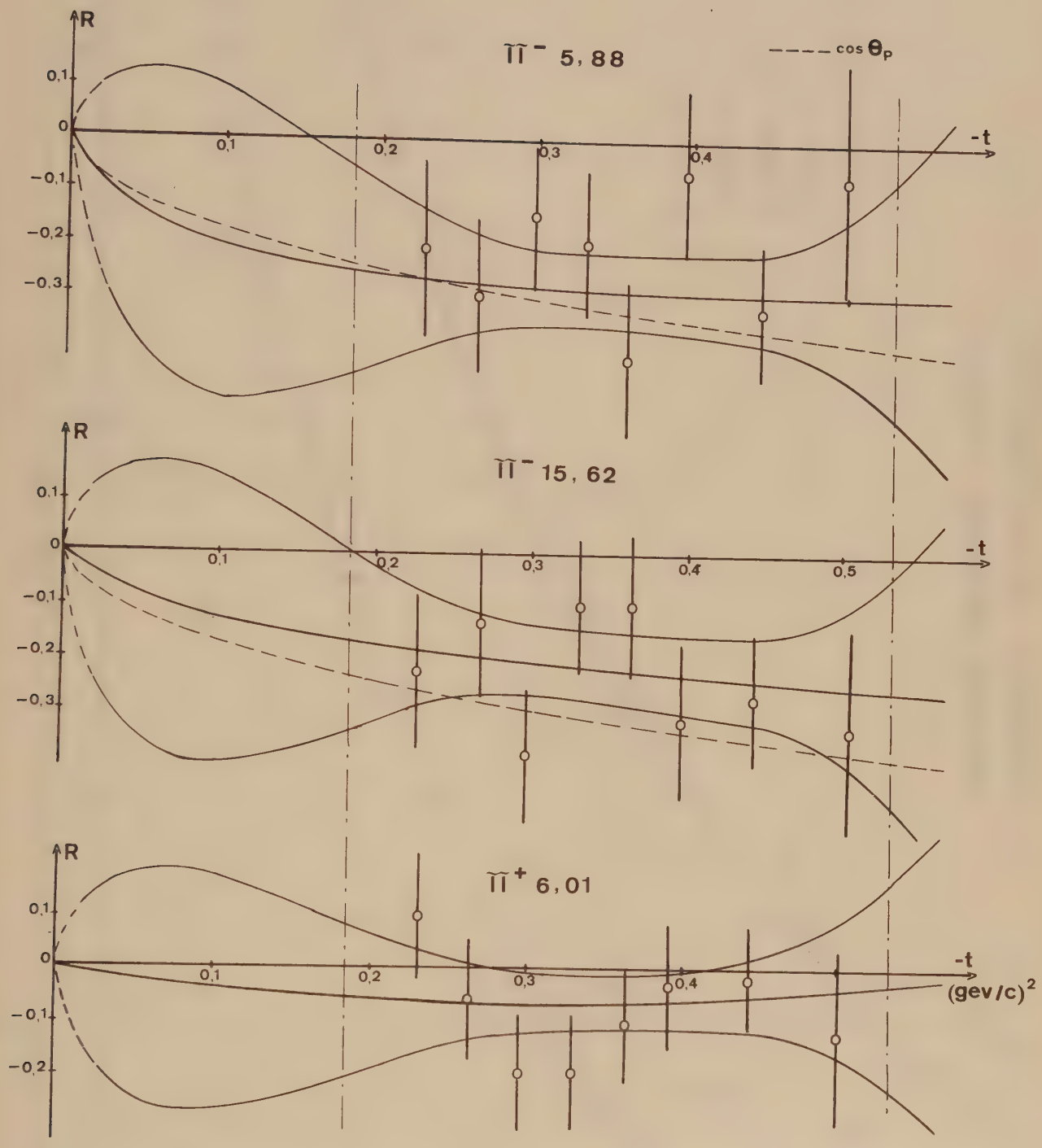


figure 15

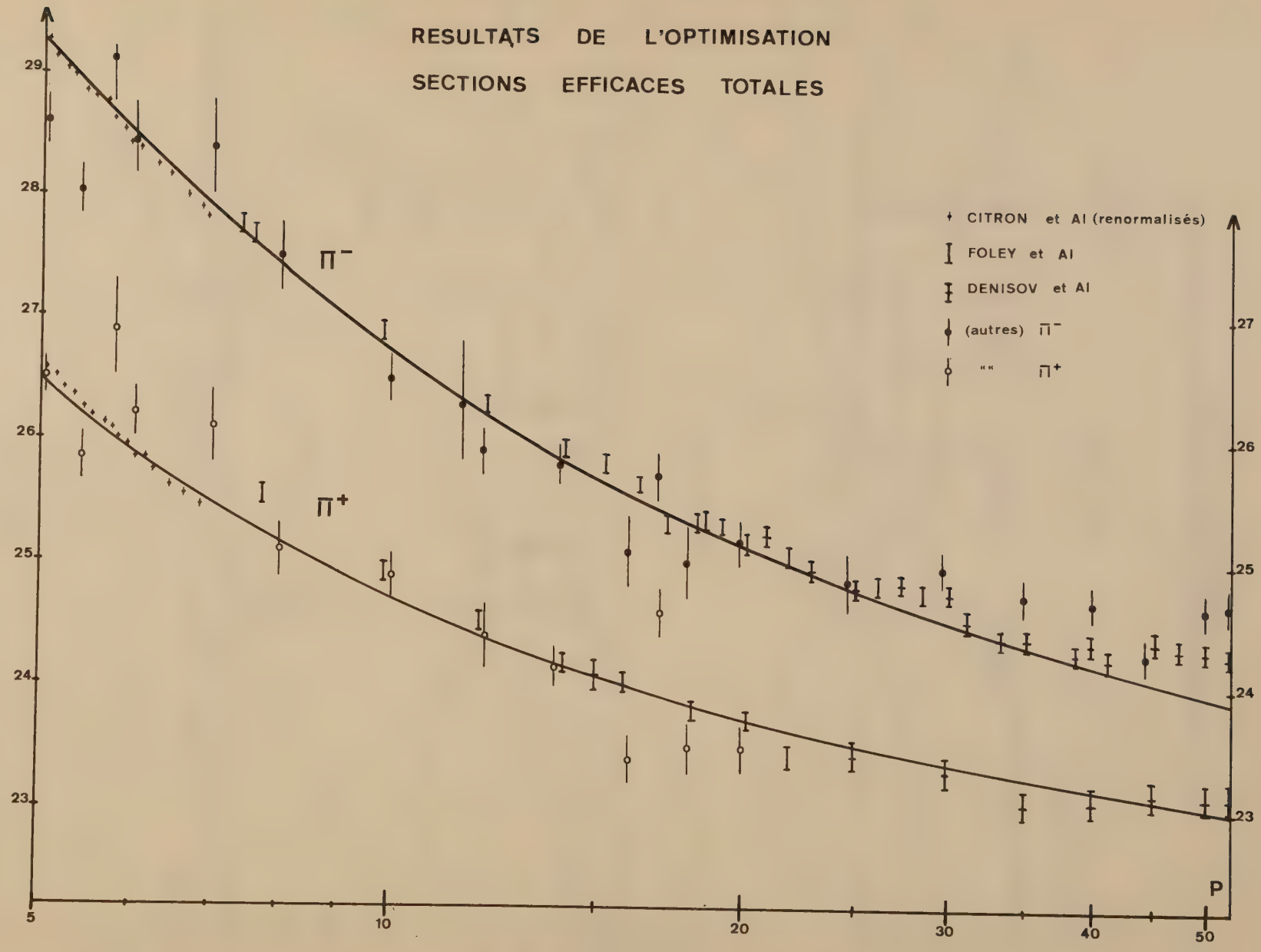

RESULTATS DE L'OPTIMISATION
SECTIONS EFFICACES TOTALES
CITRON et Al (renormalisés)
FOLEY et Al
DENISOV et Al
(autres) Π⁻
"" Π⁺
Π⁻
Π⁺
29
28
27
26
25
24
23
5
10
20
30
40
50
P
gev/c

figure 16

RESULTATS DE L'OPTIMISATION POUR LA SECTION EFFICACE

$\pi^- + P \rightarrow \pi^- + P$

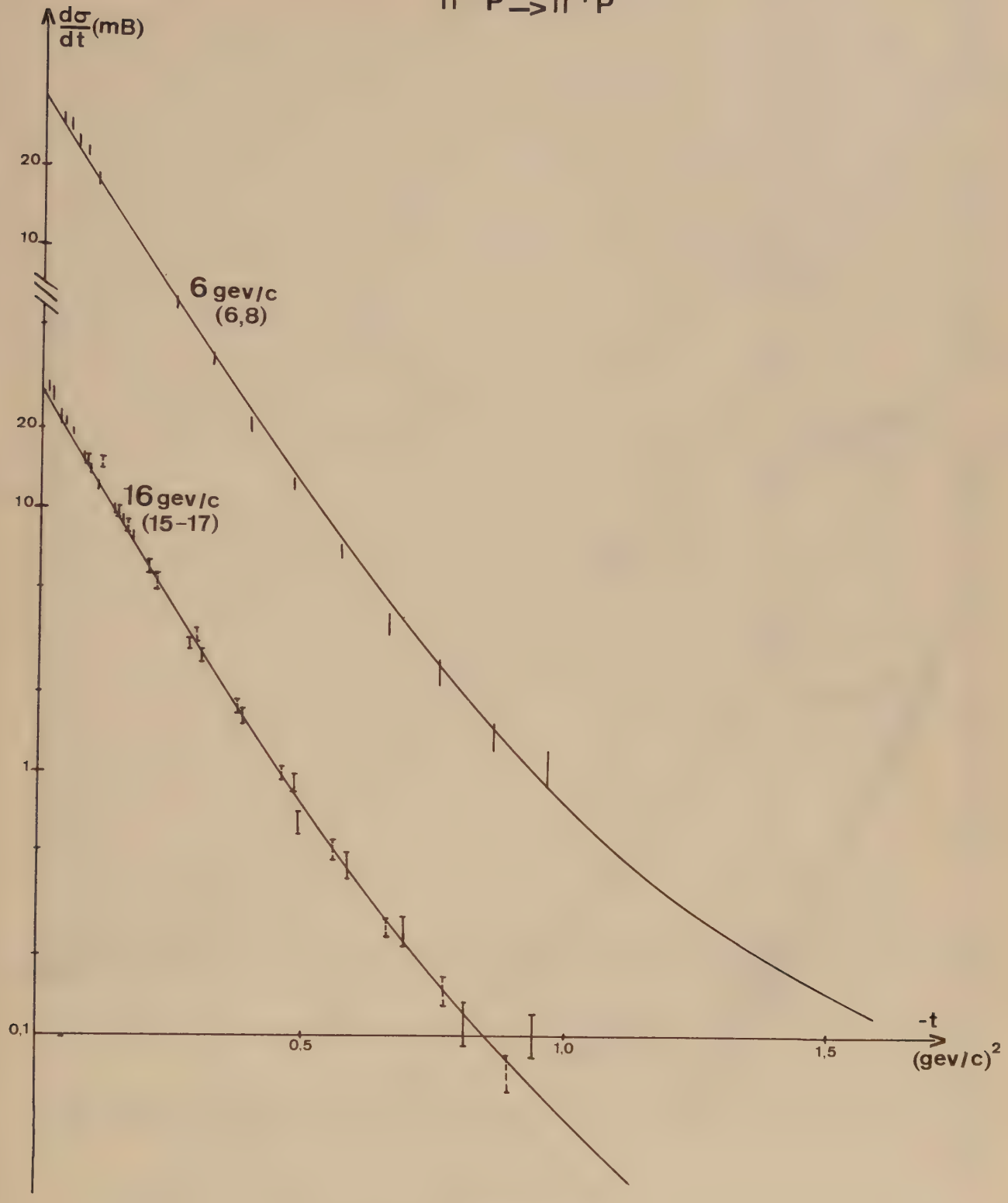


figure 17

RESULTATS DE L'OPTIMISATION POUR LA SECTION EFFICACE

$\pi^- P \rightarrow \pi^- P$

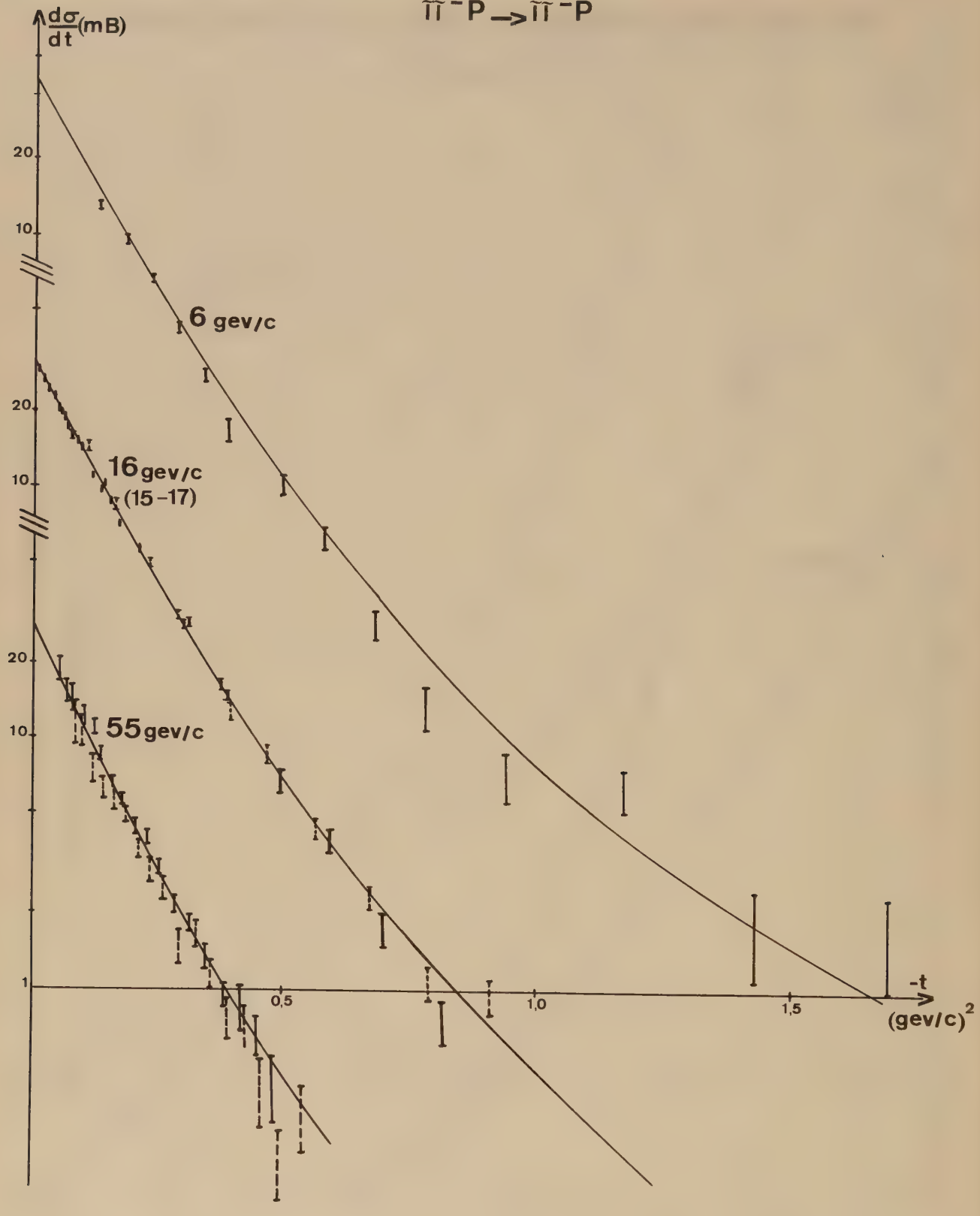


figure 18

DIFFERENCES DES SECTIONS EFFICACES

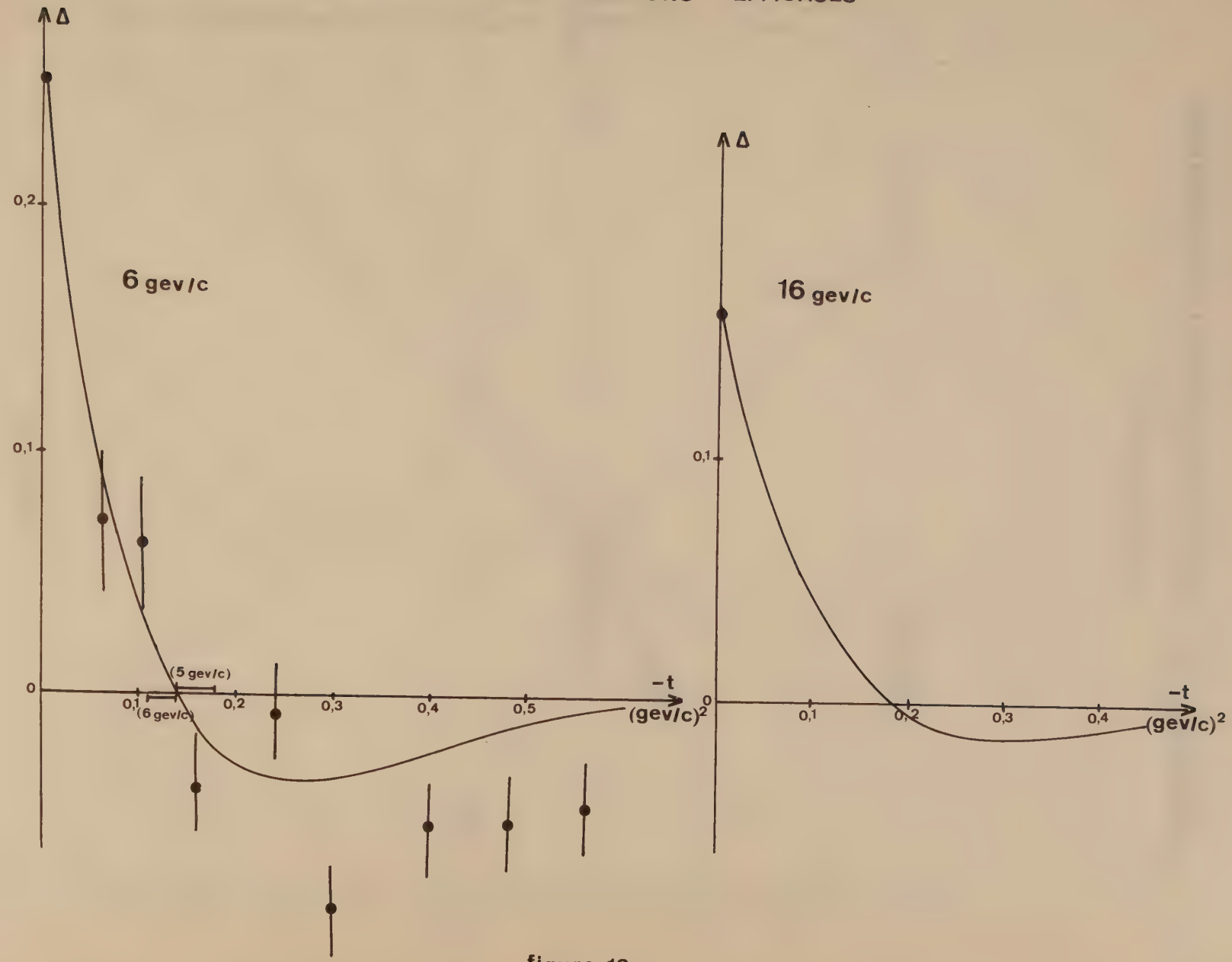


figure 19

RESULTATS DE L'OPTIMISATION DANS LA POLARISATION

$\pi^{\pm} p \rightarrow \pi^{\pm} p$

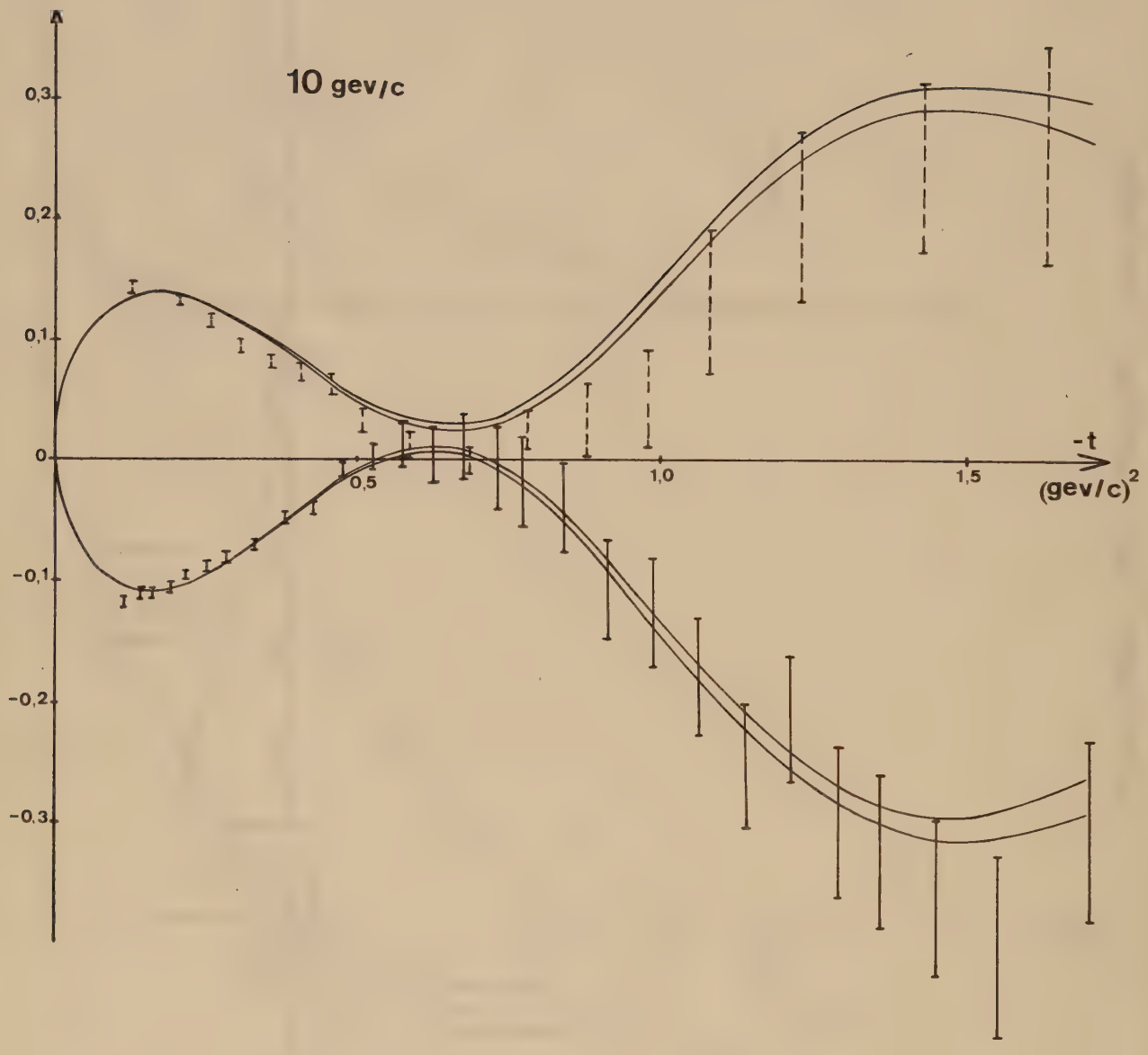


figure 20

RESULTATS DE L'OPTIMISATION DANS LA POLARISATION

$\pi^{\pm} P \rightarrow \pi^{\pm} P$

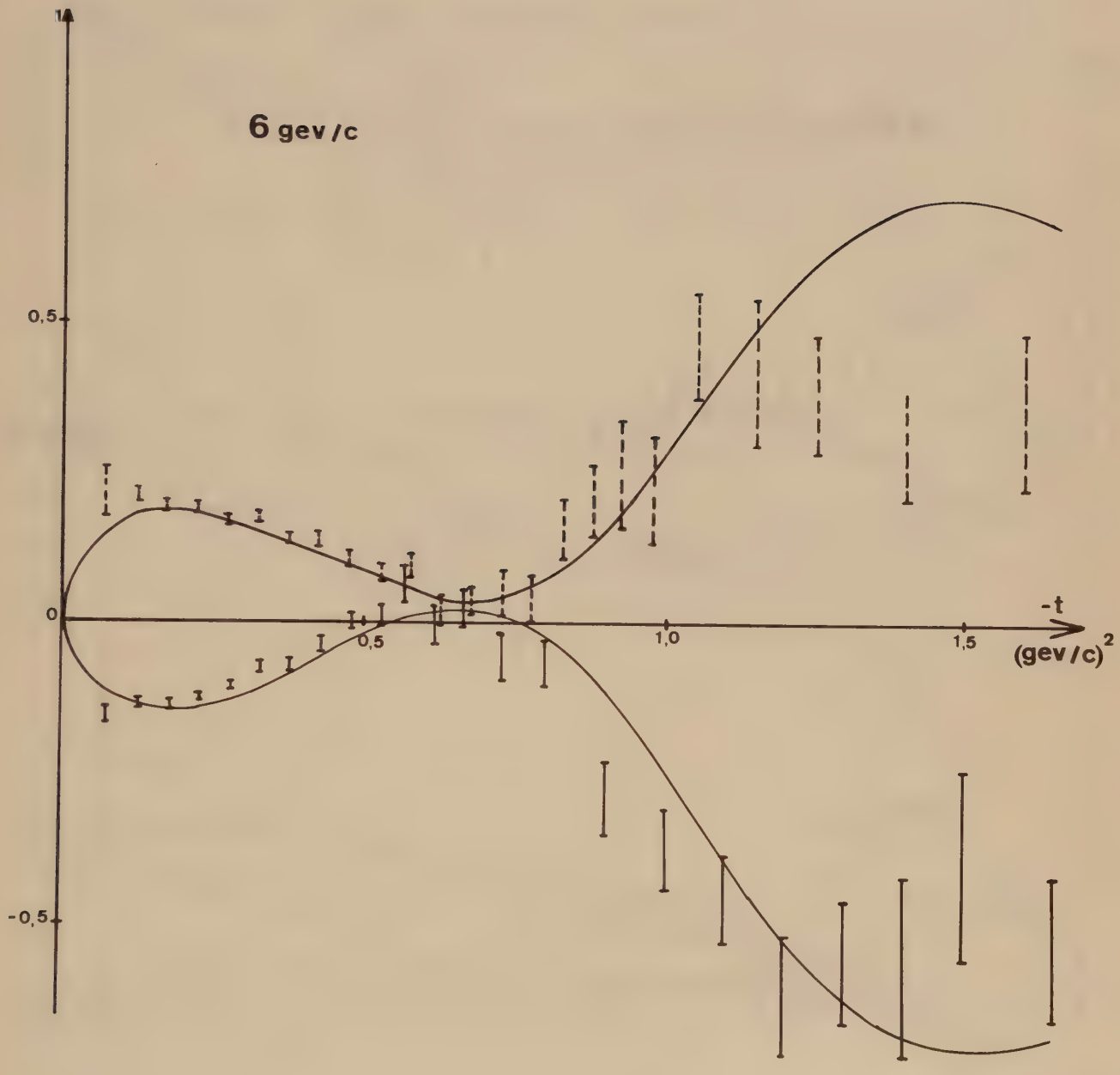


figure 21

RESULTATS DE L'OPTIMISATION DANS LA POLARISATION

$\pi^{\pm} P \rightarrow \pi^{\pm} P$

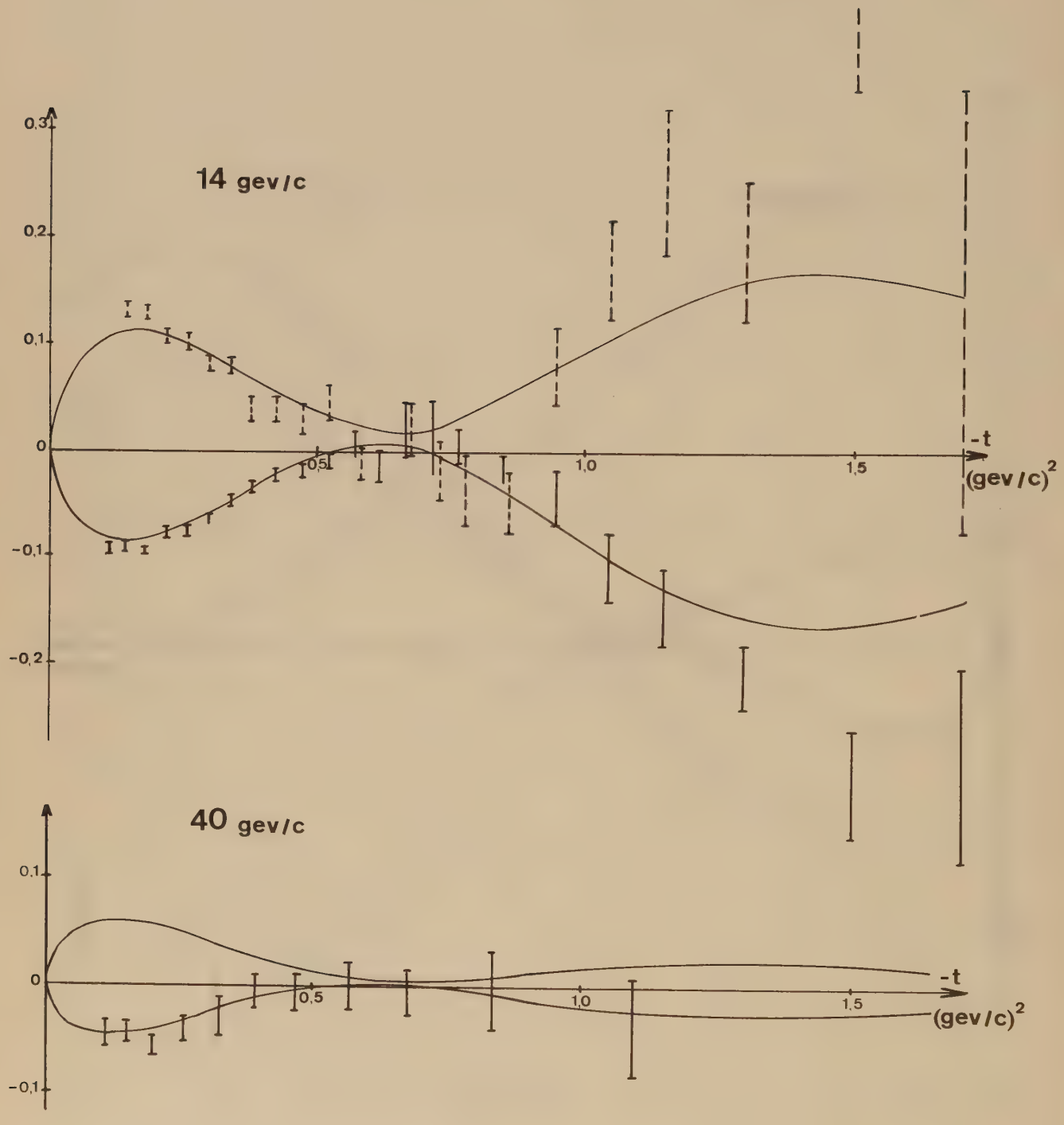


figure 22

RESULTATS DE L'OPTIMISATION

MESURES DE R

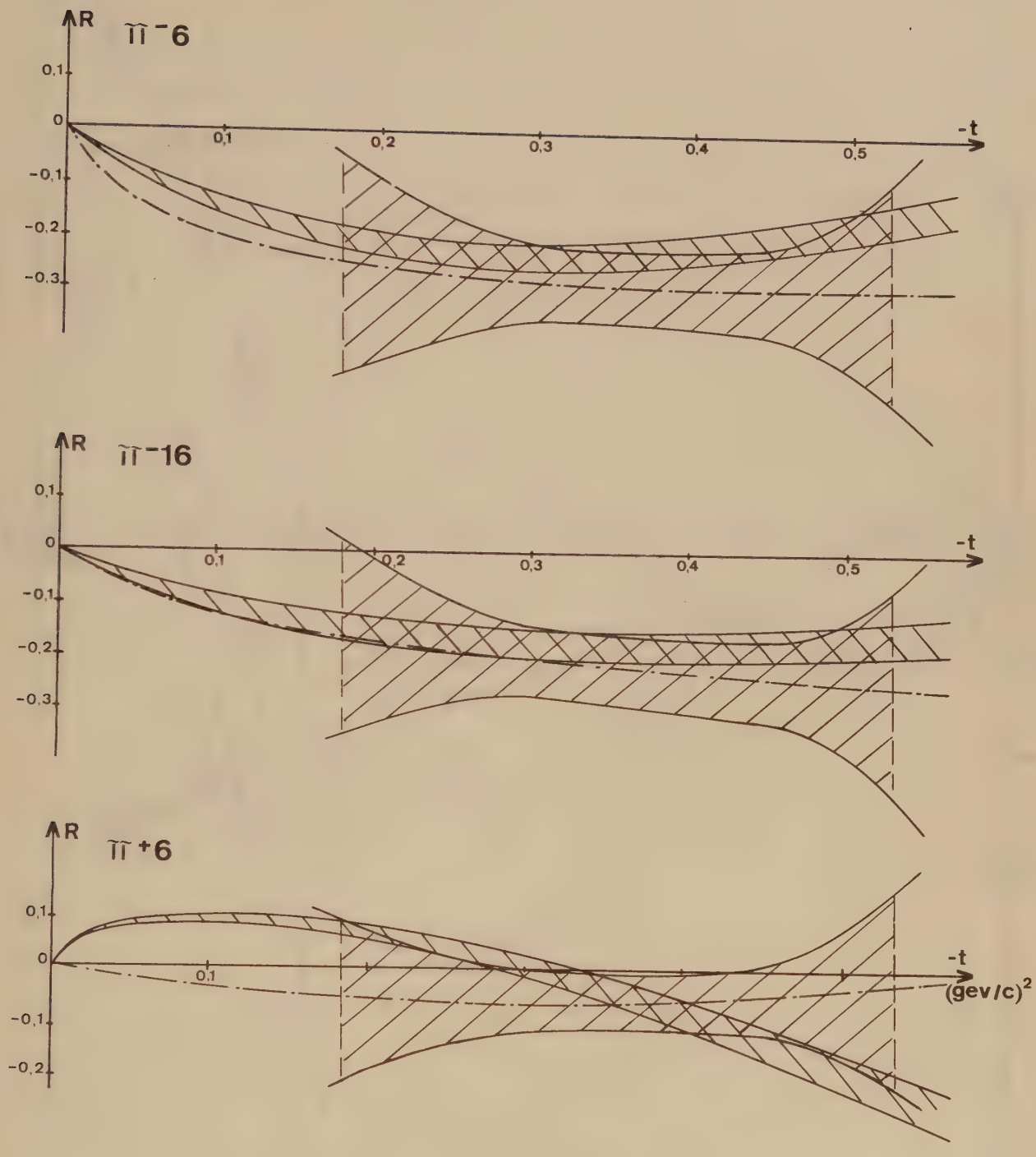


figure 23

RESULTATS DE L'OPTIMISATION

VALEUR DE R

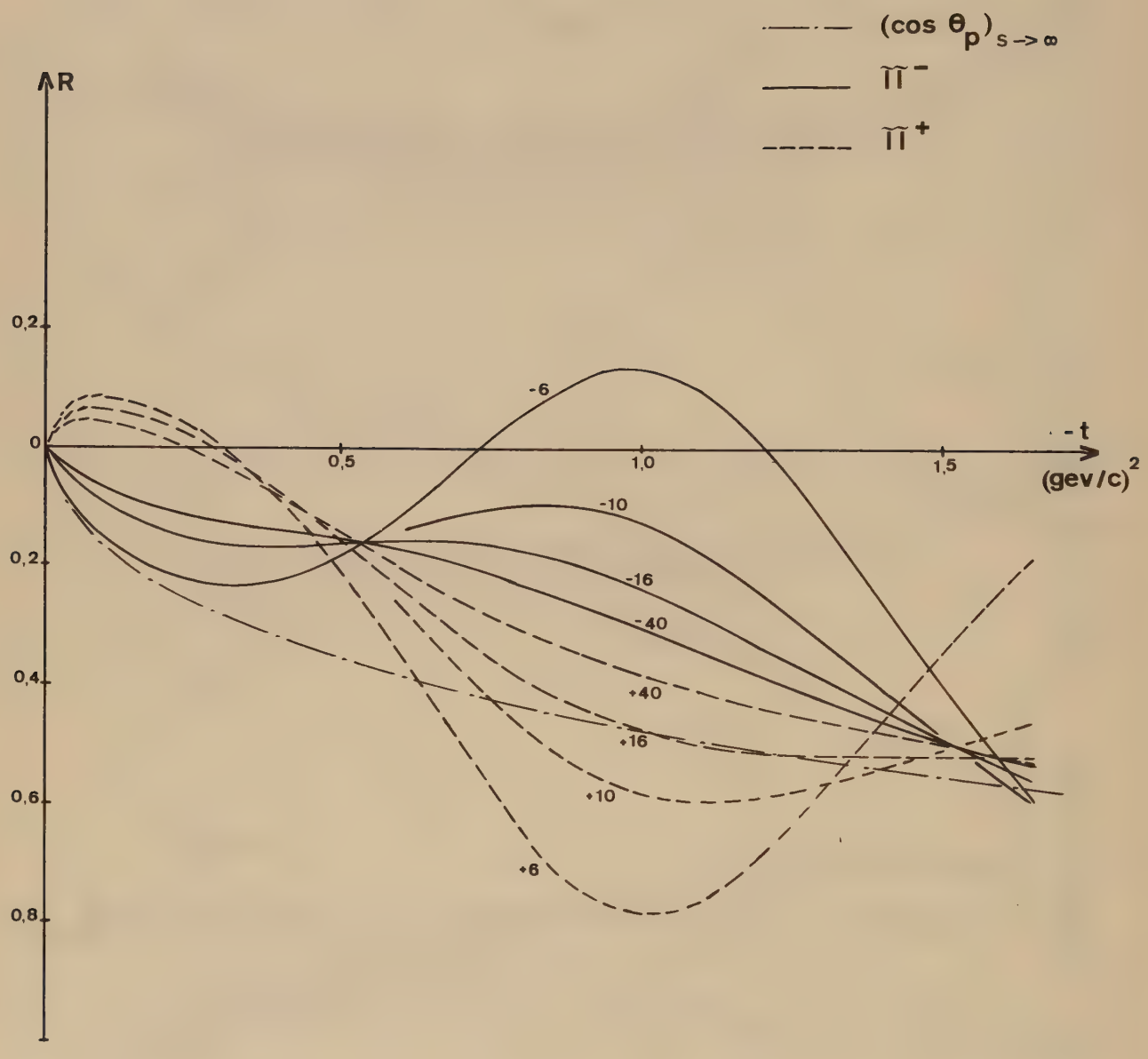


figure 24

RESULTATS DE L'OPTIMISATION DANS LA REACTION D'ECHANGE DE CHARGE

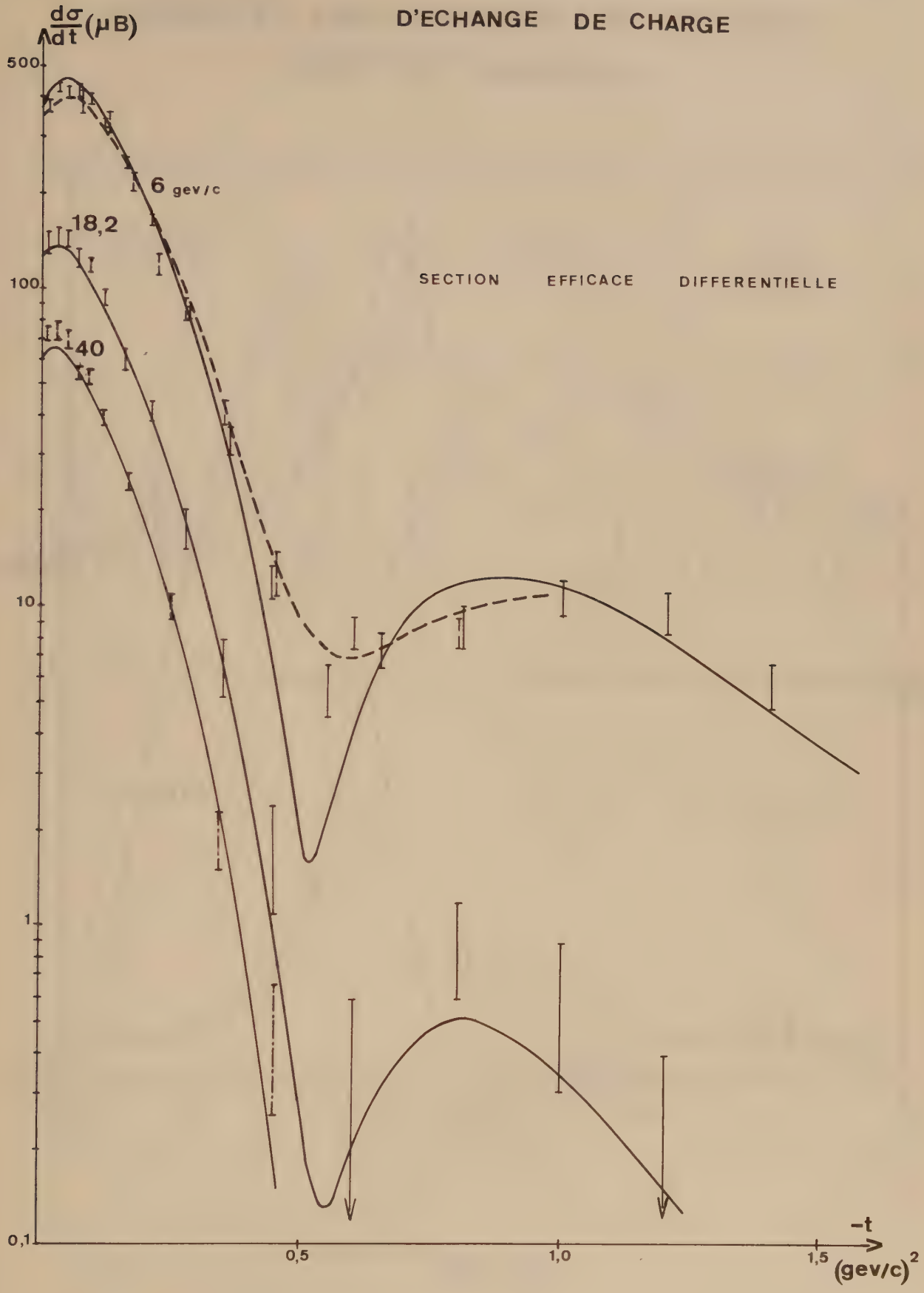


figure 25

RESULTATS DE L'OPTIMISATION DANS LA REACTION D'ECHANGE DE CHARGE

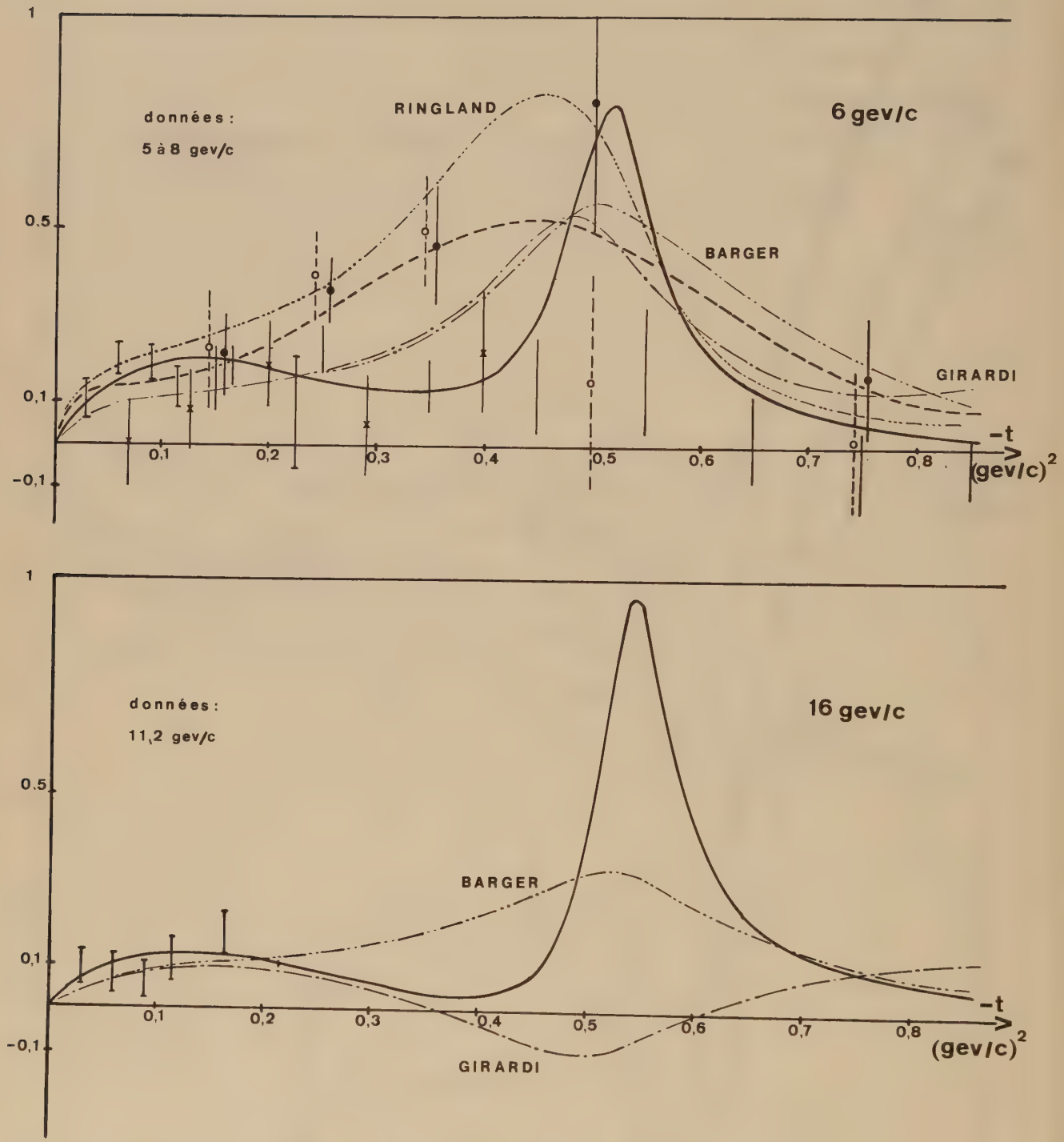


figure 26

RESULTATS DE L'OPTIMISATION DANS LA REACTION D'ECHANGE DE CHARGE

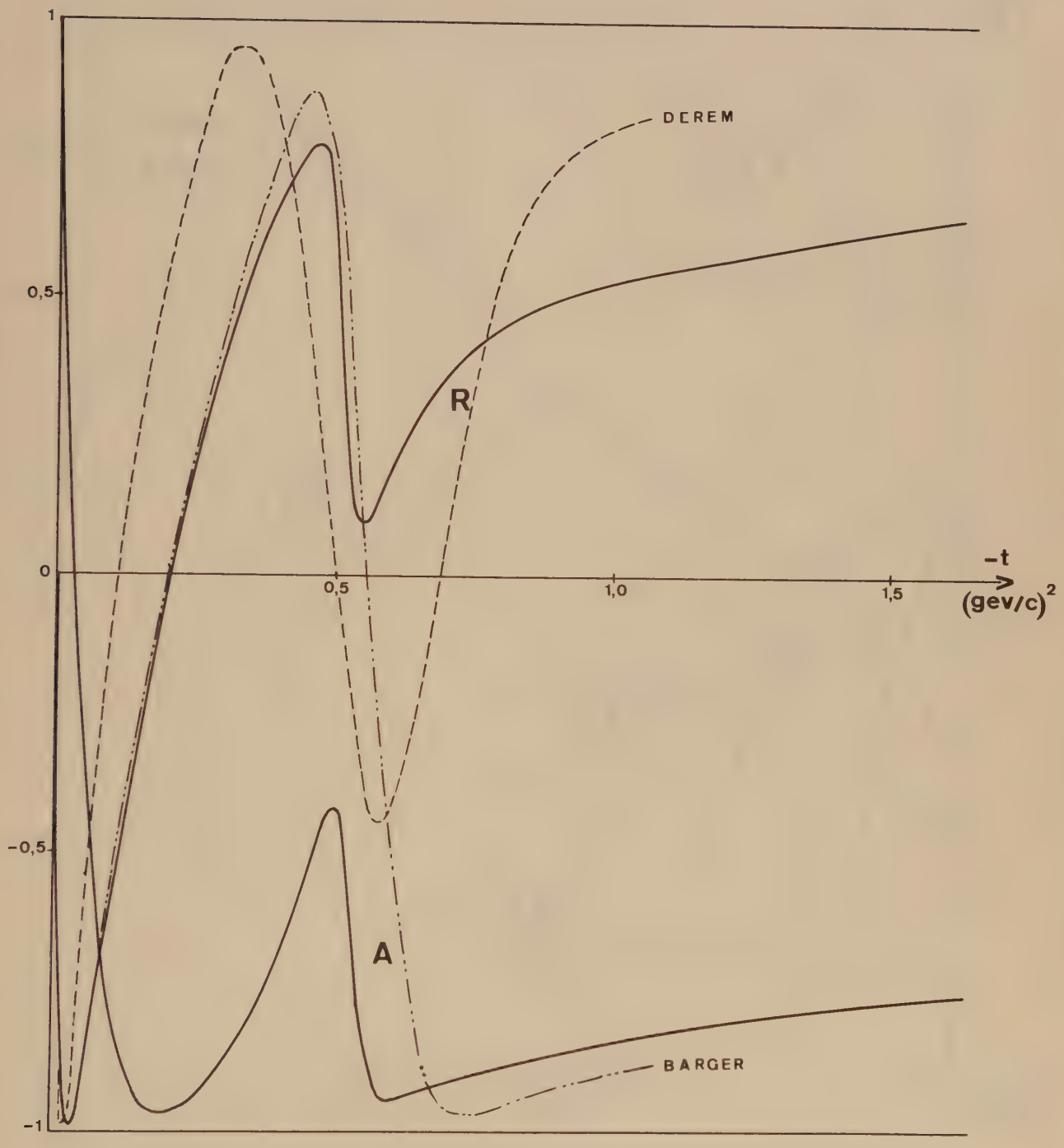


figure 27

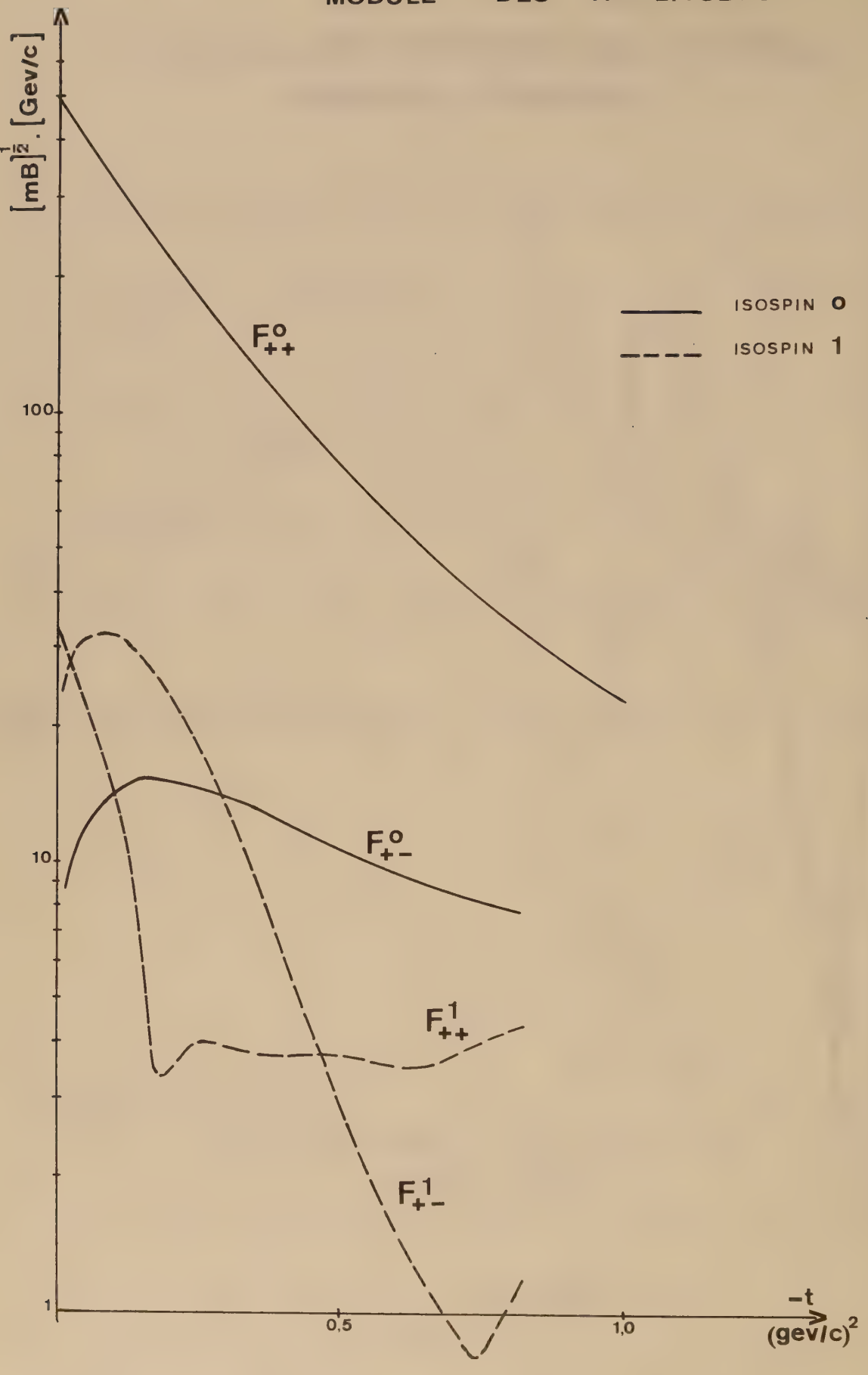

MODULE DES AMPLITUDES
$[mB]^{\frac{1}{2}}.[Gev/c]$
ISOSPIN o
ISOSPIN 1
F^o_{++}
F^o_{+-}
F^1_{++}
F^1_{+-}
100
10
1
0,5
1,0
$-t$
$(gev/c)^2$

figure 28 A

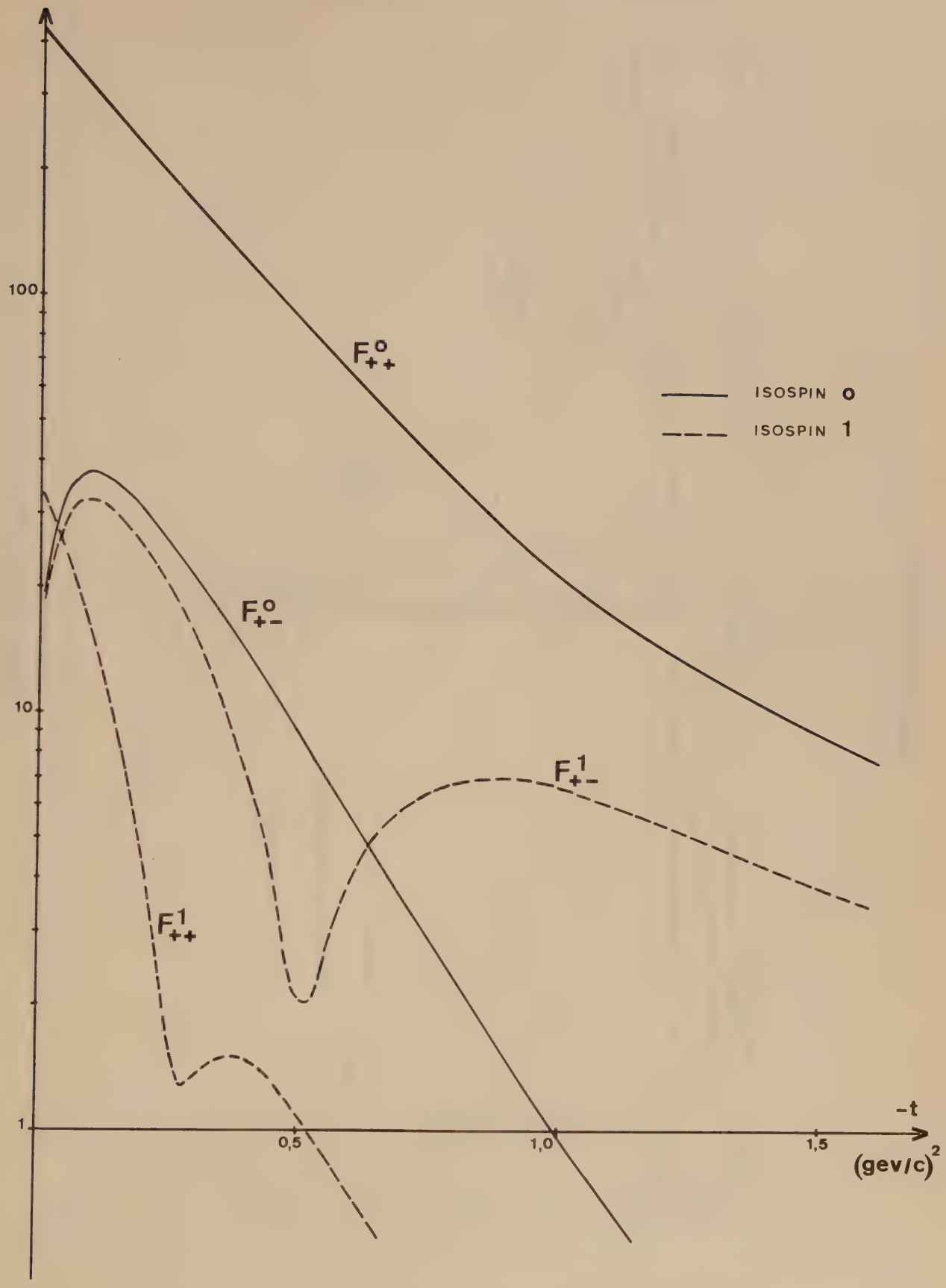

MODULE DES AMPLITUDES
100
10
1
F^{o}_{++}
F^{o}_{+-}
F^{1}_{+-}
F^{1}_{++}
ISOSPIN o
ISOSPIN 1
0,5
1,0
1,5
-t
(gev/c)^2

figure 28 B

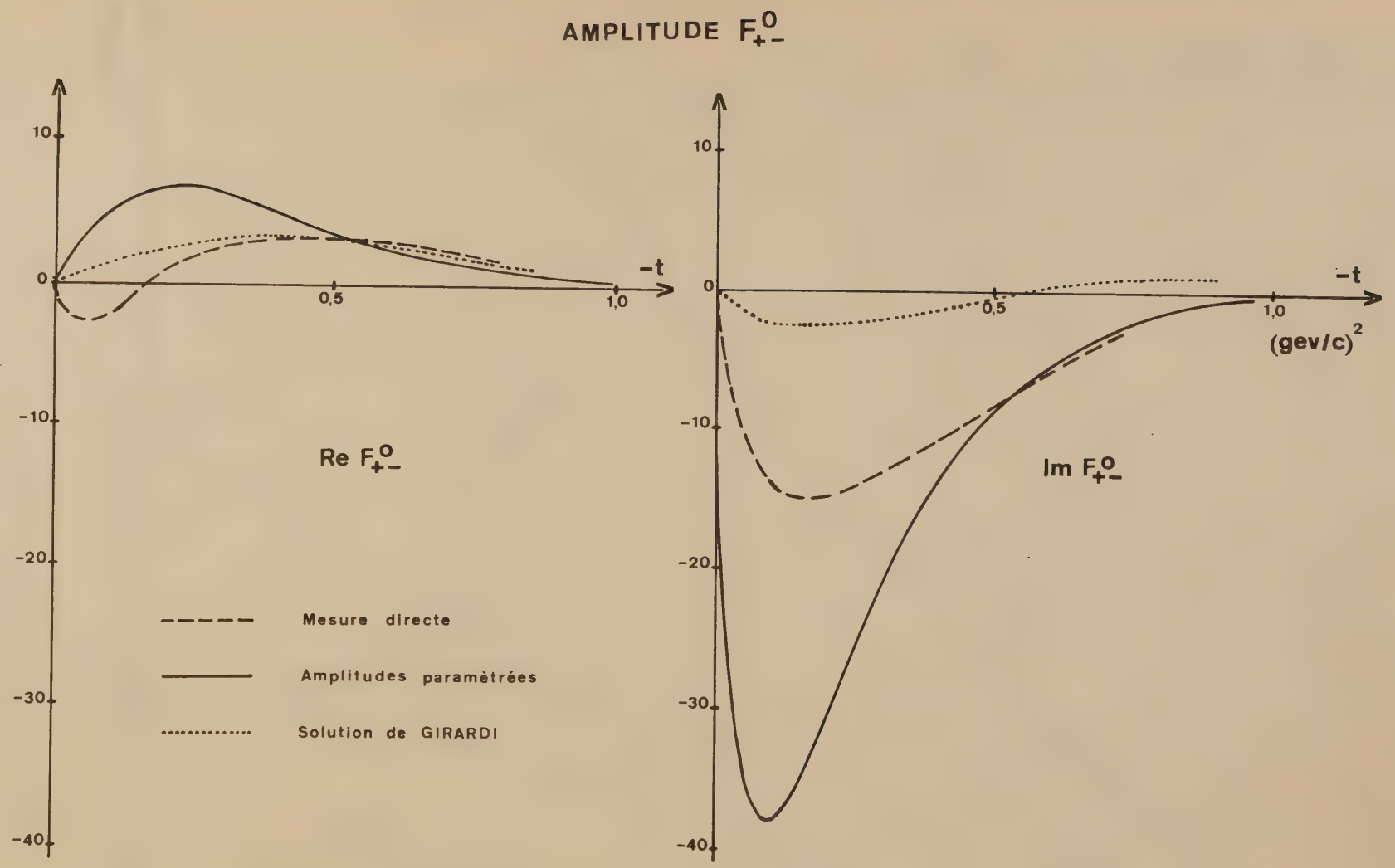

AMPLITUDE F^0_{+-}
10
0
-10
-20
-30
-40
0,5
1,0
-t
Re F^0_{+-}
Mesure directe
Amplitudes paramètrées
Solution de GIRARDI
Im F^0_{+-}
$(gev/c)^2$

figure 29

AMPLITUDE F^1_{++}

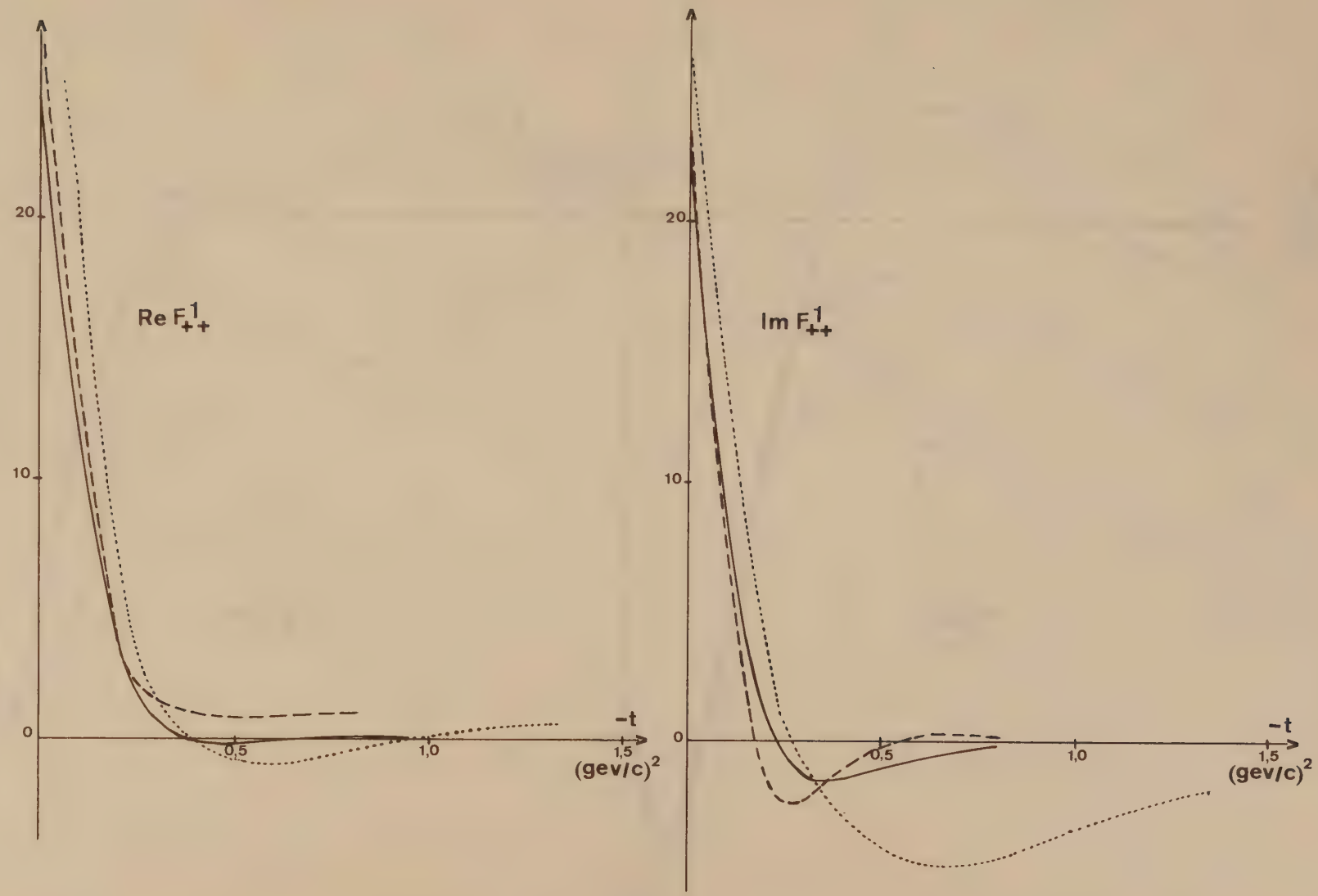


figure 30

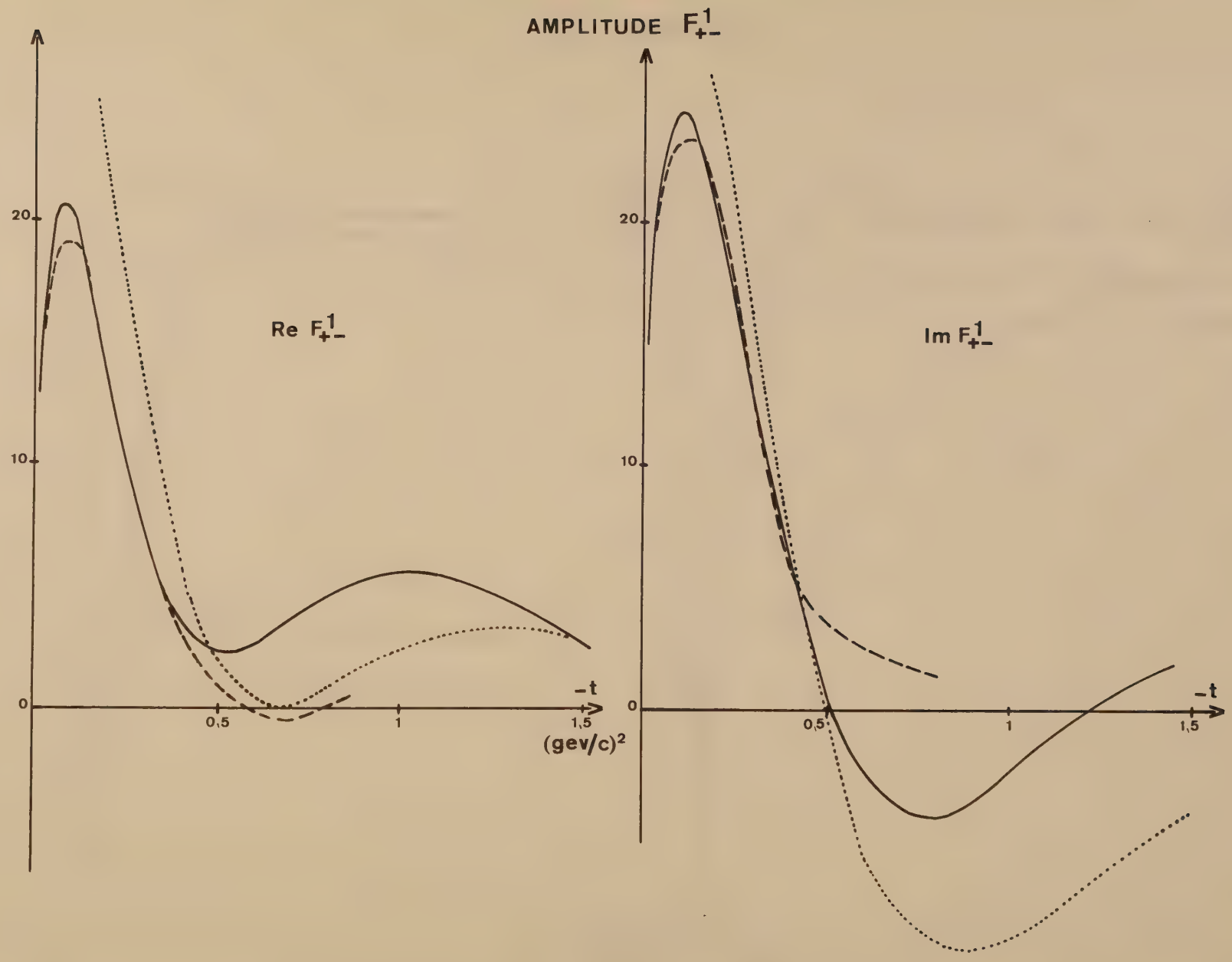


figure 31

VALEURS NORMALISEES DES AMPLITUDES

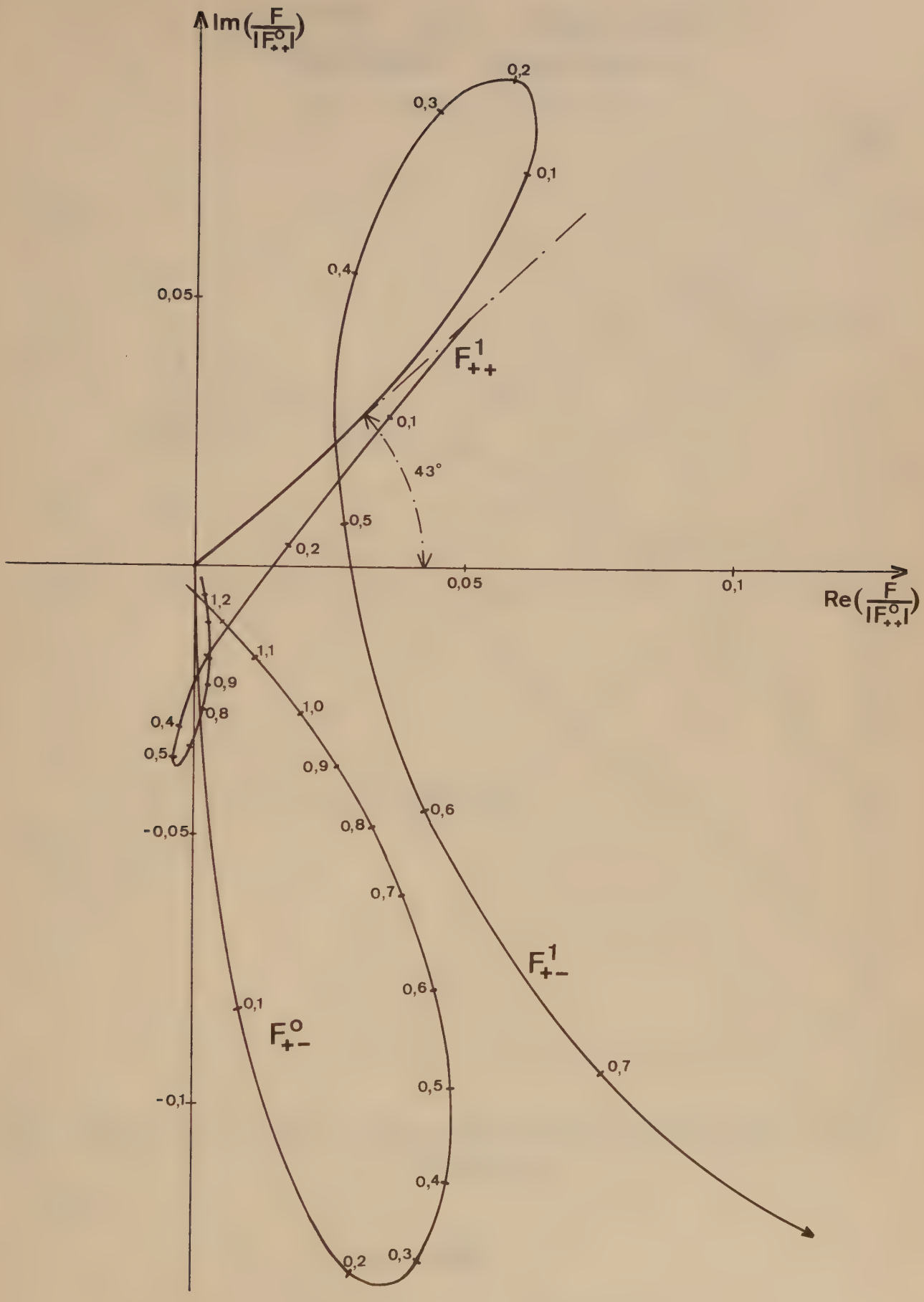


figure 32

DEVELOPPEMENT DES AMPLITUDES

EN ONDES PARTIELLES

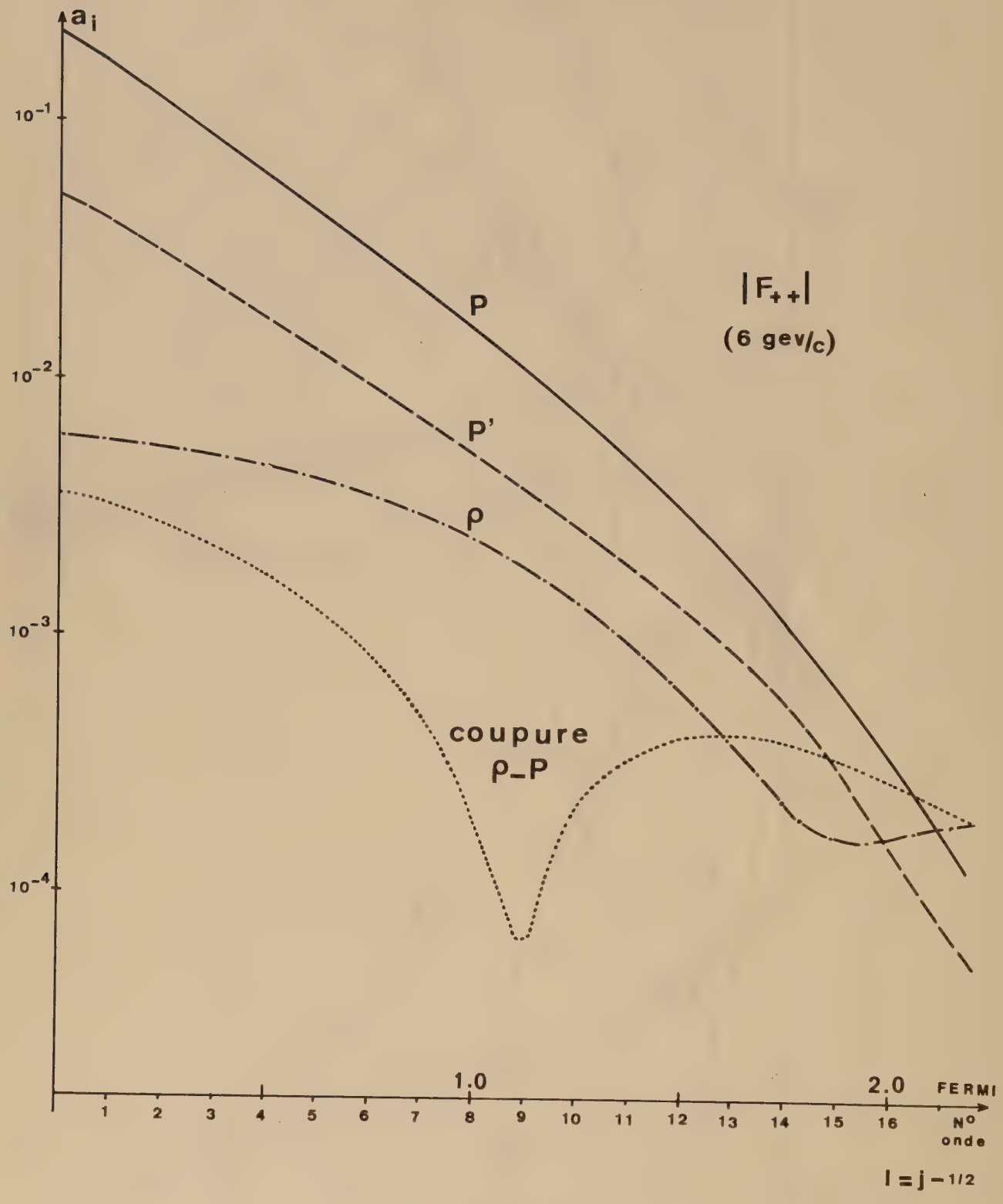


figure 33

DEVELOPPEMENT DES AMPLITUDES

EN ONDES PARTIELLES

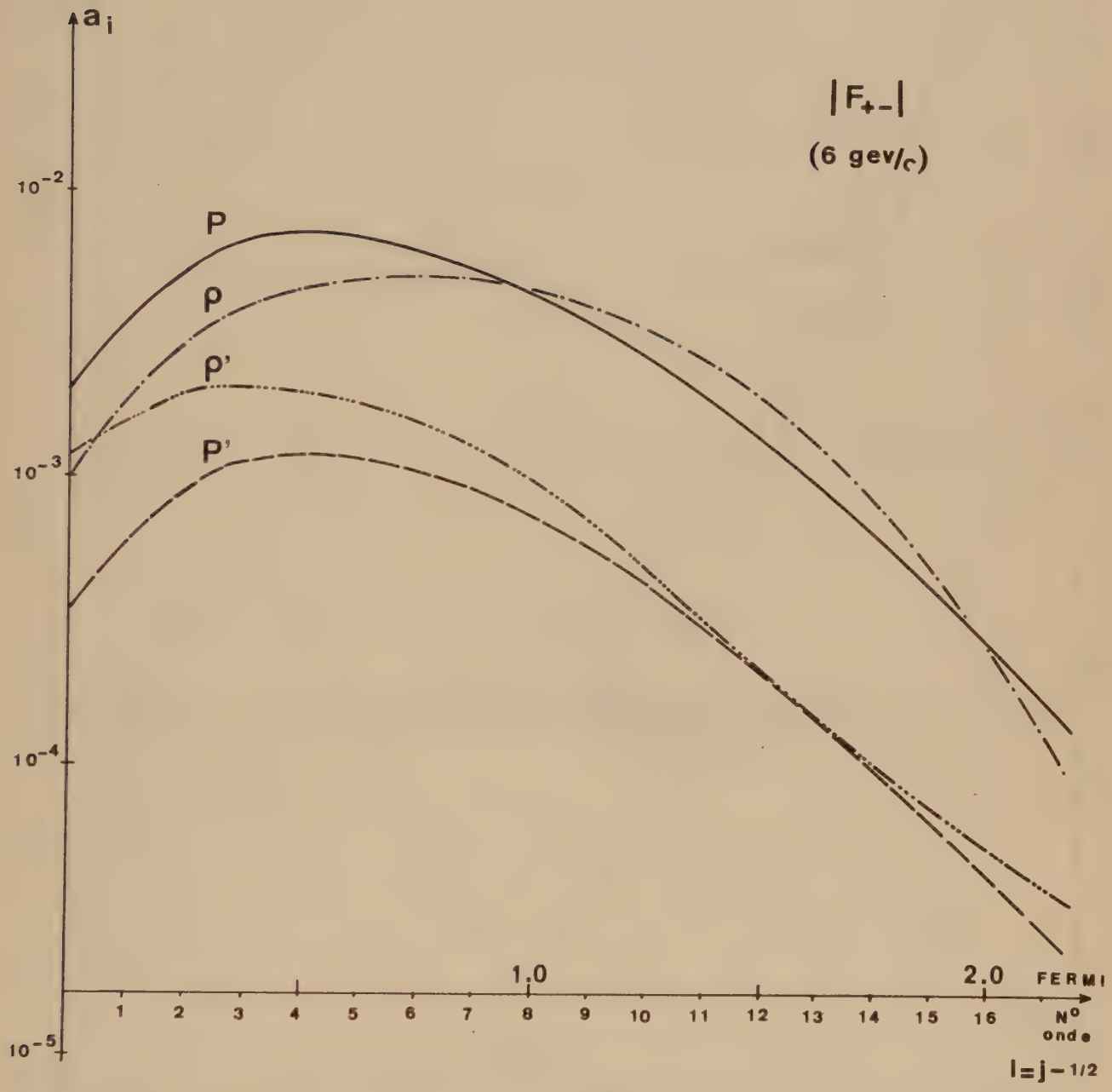


figure 34

DEVELOPPEMENT DES AMPLITUDES

EN ONDES PARTIELLES

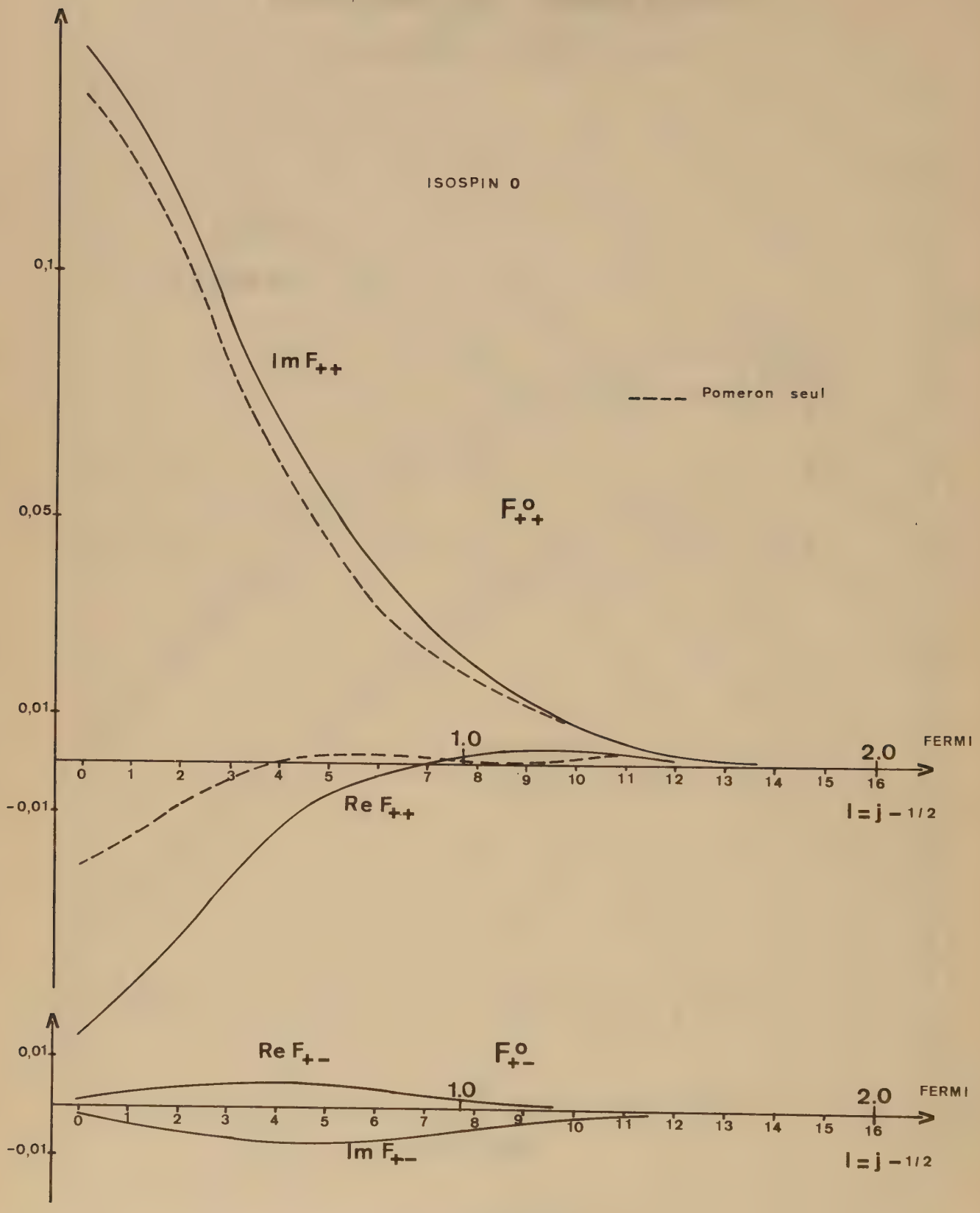


figure 35

DEVELOPPEMENT DES AMPLITUDES EN ONDES PARTIELLES

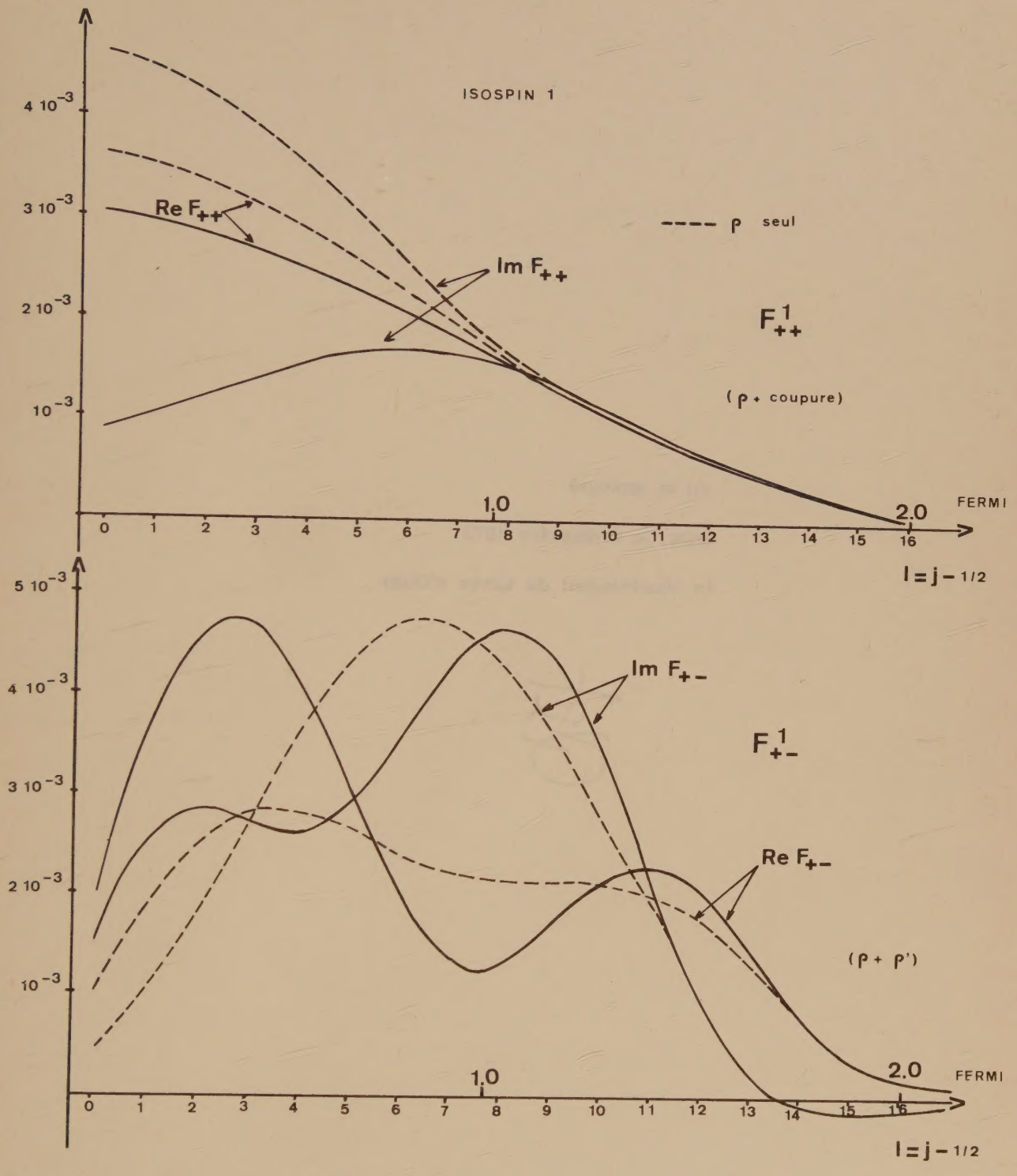
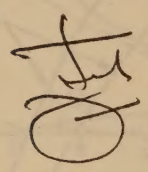


figure 36

Vu et approuvé

Orsay, le 4 décembre 1973

Le Vice-Président du Centre d'Orsay